

La geometría griega: pertinencia formativa y curricular en México

Greek Geometry: Formative and Curricular Relevance in Mexico

Juan de Dios Viramontes-Miranda¹ ✉ 

¹ Departamento de Física y Matemáticas, Instituto de Ingeniería y Tecnología, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez; Ciudad Juárez, Chihuahua, México

RESUMEN

Este trabajo argumenta que la tradición euclidiana (construcción, definición, teorema y prueba) mantiene vigencia formativa en la educación básica y media superior de México. A partir de un análisis de literatura reciente (2013–2025) publicada en revistas y *handbooks* de referencia internacional —ZDM–*Mathematics Education*, *Educational Studies in Mathematics*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, entre otras—, y de los marcos curriculares vigentes (Plan de Estudio 2022 de la Nueva Escuela Mexicana y Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2025), se identifican puntos de articulación entre las prácticas clásicas de la geometría griega y las demandas pedagógicas contemporáneas. El objetivo de esta investigación es proponer una estrategia de comparación dual —ruta sintética y ruta analítica— como dispositivo didáctico que articule el razonamiento deductivo con el uso de entornos de geometría dinámica (EGD). El análisis curricular muestra nichos reales para recuperar la cultura de la prueba dentro del enfoque crítico de ambos marcos sin modificar los programas vigentes. La propuesta tiene implicaciones directas para el diseño de secuencias didácticas y para la formación inicial y continua de docentes de matemáticas en México.

PALABRAS CLAVE: geometría euclidiana; demostración matemática; currículo de matemáticas; educación media superior; geometría dinámica.

ABSTRACT

This paper argues that the Euclidean tradition (construction, definition, theorem, and proof) retains formative value in Mexican basic and upper-secondary education. Drawing on a review of recent mathematics education literature (2013–2025) published in leading international journals and handbooks, and on current national curricula (2022 Basic Education Study Plan and the 2025 Common Curricular Framework for Upper-Secondary Education), key points of articulation between classical Greek geometry practices and contemporary pedagogical demands are identified. A dual-comparison strategy (synthetic route and analytic route) is proposed as a didactic device that integrates deductive reasoning with dynamic geometry environments (DGE). Curricular analysis reveals genuine niches for reinstating proof culture within the critical approach of both frameworks without altering existing programs. The proposal has direct implications for the design of teaching sequences and for initial and continuing teacher education in mathematics in Mexico.

KEYWORDS: Euclidean geometry; mathematical proof; mathematics curriculum; upper-secondary education; dynamic geometry.

Correspondencia:

DESTINATARIO: Juan de Dios Viramontes-Miranda

INSTITUCIÓN: Universidad Autónoma de Ciudad Juárez / Instituto de Ingeniería y Tecnología

DIRECCIÓN: Av. del Charro núm. 450 norte, C. P. 32320, Ciudad Juárez, Chihuahua, México

CORREO ELECTRÓNICO: juan.viramontes@uacj.mx

Fecha de recepción: 16 de abril de 2026. **Fecha de aceptación:** 29 de agosto de 2026. **Fecha de publicación:** 28 de septiembre de 2026.



Licencia Creative Commons



I. INTRODUCCIÓN

La geometría ocupa un lugar paradójico en los sistemas educativos contemporáneos: pese a ser reconocida como un dominio fundamental del pensamiento matemático, su enseñanza ha perdido de manera paulatina el espacio que le correspondía. En México, la demostración geométrica y el lenguaje axiomático —pilares de la tradición inaugurada por Euclides en *Los Elementos*— han cedido terreno frente a enfoques que privilegian el cálculo simbólico y la resolución algorítmica de problemas, con frecuencia desprovistos de significado para los estudiantes. El resultado es una ruptura entre la cultura de la prueba y las prácticas cotidianas del aula.

Este fenómeno no es exclusivo del contexto nacional. La literatura internacional reciente documenta una pérdida generalizada del papel de la argumentación y la demostración en la educación secundaria ^[1]. El origen histórico de este desplazamiento se sitúa, en buena medida, en las reformas del movimiento de “matemática moderna” (New Math) de los años sesenta del siglo XX, cuando la demanda de sustituir a Euclides por estructuras algebraicas abstractas y teoría de conjuntos se institucionalizó en múltiples países, incluidos los latinoamericanos ^{[2], [3]}. El resultado fue que la geometría sintética —con su énfasis en el razonamiento deductivo, las construcciones y las pruebas— quedó marginada o completamente excluida de los currículos de secundaria y bachillerato.

Al mismo tiempo, el surgimiento de los entornos de geometría dinámica (EGD) —Cabri Géomètre en los años ochenta, The Geometer's Sketchpad y, más recientemente, GeoGebra— ha abierto nuevas oportunidades para generar conjeturas geométricas y exigir su justificación rigurosa ^{[4], [5]}. La investigación contemporánea ha mostrado, sin embargo, que la mera exploración en software no sustituye el razonamiento deductivo: la formulación de una conjetura mediante arrastre requiere, para ser matemáticamente significativa, una justificación formal que trascienda la evidencia perceptual ^[6].

La pregunta de investigación que orienta este trabajo es: ¿en qué medida la tradición euclidiana puede articularse con los programas curriculares vigentes en México para fortalecer el razonamiento deductivo de estudiantes y docentes? La tesis central sostiene que la geometría griega aporta herramientas insustituibles de razonamiento, argumentación y modelación, conciliables con

el enfoque crítico y contextualizado de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) y el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS 2025).

El objetivo del presente trabajo es doble: primero, identificar la articulación entre la tradición euclidiana y los marcos curriculares vigentes; segundo, proponer una estrategia didáctica —la comparación dual— que permita recuperar la cultura de la prueba sin abandonar el enfoque contextualizado y crítico que exigen los programas actuales. Para ello, el trabajo se organiza de la siguiente manera: las dos primeras secciones del desarrollo teórico abordan los fundamentos epistemológicos de la prueba geométrica y las tendencias internacionales de investigación; la tercera describe la metodología de revisión; la cuarta presenta el análisis curricular y la propuesta didáctica; y la quinta recoge las implicaciones para la formación docente.

1.1. FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

1.1.1. El valor formativo de la tradición axiomática

La geometría euclidiana no es simplemente un conjunto de resultados sobre figuras planas: es, ante todo, un modelo de organización del conocimiento mediante definiciones, postulados y proposiciones derivadas. Esta estructura axiomática constituyó durante siglos el paradigma del razonamiento riguroso en Occidente y sigue siendo, según la investigación contemporánea, una de las experiencias más poderosas para desarrollar el pensamiento lógico-deductivo en estudiantes ^[7].

Desde una perspectiva epistemológica, Harel ^[8] ha desarrollado el concepto de “justificación epistemológica” dentro de su marco DNR (Duality, Necessity, Repeated Reasoning): comprender un resultado matemático implica conocer no solo el enunciado y su prueba, sino la necesidad intelectual que motivó su construcción. En la geometría euclidiana, esta necesidad es particularmente transparente: cada proposición emerge de la insuficiencia de las anteriores para resolver el problema en cuestión, lo que convierte a *Los Elementos* en un ejemplo privilegiado de razonamiento matemático auténtico ^[9].

En una línea complementaria, Dawkins ^[10] retoma la denominada “Teoría de la Disciplina Formal” para examinar qué aspectos del aprendizaje matemático resultan transferibles al razonamiento general. Su análisis iden-

tifica que el trabajo con definiciones precisas, la inferencia a partir de axiomas y la construcción de cadenas deductivas —habilidades cultivadas de manera sistemática por la geometría euclidiana— presentan el mayor potencial de transferencia cognitiva. Esto respalda la tesis de que la experiencia de demostrar en geometría es formativa más allá del propio contenido geométrico.

1.1.2. La representación semiótica en la geometría

Una dimensión epistemológica frecuentemente subestimada en la enseñanza de la geometría es la naturaleza semiótica del razonamiento geométrico. Duval ^[11] ha mostrado que la geometría opera mediante la interacción entre al menos dos registros de representación: el registro figural (diagramas, construcciones) y el registro discursivo-deductivo (enunciados, pruebas). La comprensión matemática genuina requiere la coordinación de ambos registros, lo que representa un desafío cognitivo que va mucho más allá de la memorización de fórmulas o propiedades.

Esta perspectiva semiótica ilumina por qué la reducción de la geometría escolar a la aplicación de fórmulas para calcular áreas y perímetros empobrece la experiencia matemática de los estudiantes: al prescindir del registro discursivo-deductivo, se elimina precisamente la dimensión que convierte a la geometría en una actividad de razonamiento. Recuperar la tradición euclidiana significa, desde este punto de vista, reinstaurar la articulación entre figuras y argumentos como eje de la experiencia geométrica escolar.

1.1.3. Autenticidad matemática y cultura de la prueba

El concepto de “matemáticas auténticas” —desarrollado por Stylianides, Stylianides y Weber ^[9]— proporciona un marco teórico para evaluar en qué medida las actividades del aula reflejan las prácticas matemáticas genuinas. Los autores identifican cuatro criterios de autenticidad: (1) los problemas deben admitir múltiples aproximaciones; (2) los resultados deben ser susceptibles de prueba o refutación; (3) la actividad debe generar conocimiento nuevo para el estudiante; y (4) las normas de validación deben ser las de la disciplina matemática.

La geometría euclidiana satisface estos cuatro criterios de manera paradigmática: los problemas de construcción y demostración admiten diversas estrategias; sus

resultados son verificables y refutables; y la cultura de la prueba impone las normas de validación propias de la matemática como disciplina. Por esta razón, la recuperación de la tradición euclidiana en los currículos escolares no es un ejercicio de arqueología didáctica, sino una apuesta por la autenticidad matemática en el aula.

Weber, Dawkins y Mejía-Ramos ^[12] han analizado la tensión entre las prácticas matemáticas de los matemáticos profesionales y las prácticas del aula, señalando que la pedagogía de la prueba enfrenta el desafío de hacer accesibles prácticas culturalmente complejas sin desnaturalizarlas. Este reto es precisamente el que la estrategia de comparación dual propuesta en este trabajo intenta abordar: proporcionar andamiaje progresivo para la demostración sin reducirla a un procedimiento algorítmico.

1.2. PERSPECTIVA HISTÓRICA: DEL AULA EUCLIDIANA A LOS CURRÍCULOS MODERNOS

1.2.1. La geometría euclidiana como columna vertebral del currículo occidental

Durante más de dos milenios, *Los Elementos* de Euclides constituyeron el texto de enseñanza de la geometría por antonomasia en Occidente. Barbin y Menghini ^[13] documentan que, hasta bien entrado el siglo XIX, la enseñanza de la geometría en Europa y América se articulaba en torno a la estructura proposicional euclidiana: definiciones, postulados, proposiciones y demostraciones. Esta tradición no era meramente técnica; respondía a la convicción de que el aprendizaje de la geometría desarrollaba facultades intelectuales generales, desde la atención al detalle hasta la capacidad de razonar con rigor.

En América Latina, de Carvalho ^[14] y D'Ambrosio ^[15] muestran que la transmisión de la geometría euclidiana siguió las rutas de la colonización cultural y educativa europea. Los sistemas educativos de México, Brasil y Argentina adoptaron modelos pedagógicos franceses y españoles que colocaban la geometría euclídea —junto con la aritmética y el álgebra elemental— en el núcleo de la educación secundaria. Esta herencia explica, en parte, por qué la sustitución de la geometría sintética en los años sesenta tuvo en América Latina un impacto especialmente desorientador para los docentes, que en muchos casos habían sido formados en la tradición euclidiana y debían implementar reformas que la rechazaban.

1.2.2. El movimiento de “matemática moderna” y el desplazamiento de la geometría sintética

El evento que marcó el inicio del desplazamiento sistemático de la geometría euclidiana de los currículos occidentales fue el Seminario de Royaumont de 1959, en el que Jean Dieudonné pronunció la célebre frase “¡Fuera Euclides!” (Euclid must go). Esta declaración sintetizaba la postura del movimiento de “Matemática Moderna” (New Math): la geometría sintética era anticuada y debía ser remplazada por álgebra lineal, teoría de conjuntos y estructuras algebraicas abstractas [2].

Kilpatrick [3] analiza el movimiento New Math como fenómeno internacional que transformó los currículos de matemáticas en América, Europa y Asia en poco más de una década. De Bock [2] extiende este análisis mostrando que, aunque el movimiento fue eventualmente desacreditado por sus consecuencias pedagógicas negativas —en particular, la desconexión entre los contenidos escolares y la intuición matemática de los estudiantes—, su legado persiste en el escaso espacio que la geometría deductiva ocupa en los programas actuales de secundaria y bachillerato.

En el contexto mexicano, este desplazamiento se manifestó con claridad en la evolución de los programas de matemáticas a partir de los años setenta: la demostración geométrica, que ocupaba un lugar central en los planes de estudio anteriores a la reforma, fue cediendo espacio a contenidos de cálculo, estadística y, más recientemente, pensamiento algebraico, en consonancia con tendencias curriculares globales que privilegiaron la utilidad inmediata sobre el valor formativo del razonamiento deductivo.

1.2.3. La perspectiva histórico-epistemológica en la enseñanza de la geometría

Frente al predominio de los enfoques tecnicistas, la comunidad internacional de Historia y Pedagogía de las Matemáticas (HPM) ha desarrollado una propuesta alternativa: incorporar la perspectiva histórica y epistemológica como recurso didáctico y como fundamento de las decisiones curriculares. Chorlay, Clark y Tzanakis [16] revisan las tendencias recientes en este campo, destacando el uso de fuentes históricas originales —entre ellas, *Los Elementos* de Euclides— como recurso para desarrollar la comprensión conceptual y la apreciación de la necesidad de la prueba.

Furinghetti [17] argumenta que la historia de las matemáticas no debe reducirse a anécdotas motivadoras, sino que debe constituir un marco epistemológico que ayude a los estudiantes a comprender por qué ciertos conceptos se desarrollaron de la manera en que lo hicieron. En la geometría, esto significa recuperar la pregunta que motivó cada proposición euclidiana y la razón por la que la prueba era necesaria, no meramente deseable. Clark *et al.* [18] documentan experiencias exitosas de integración de fuentes históricas en la enseñanza universitaria de geometría, con resultados que sugieren mayor comprensión conceptual y actitudes más positivas hacia la demostración.

Fried [19] plantea una tensión productiva entre el uso de la historia como herramienta pedagógica y su tratamiento como objeto de conocimiento genuino: cuando los textos históricos se instrumentalizan exclusivamente para “motivar” contenidos modernos, se pierde la riqueza epistemológica que los hace valiosos. Esta observación es pertinente para el diseño de secuencias didácticas que incorporen fuentes euclidianas: la lectura de las proposiciones de Euclides no debe limitarse a ilustrar resultados ya conocidos, sino a revelar la lógica de la construcción y la necesidad de cada paso demostrativo.

1.3. TENDENCIAS INTERNACIONALES EN EDUCACIÓN GEOMÉTRICA

1.3.1. Panorama general de la investigación reciente

La revisión sistemática de Weigand, Hollebrands y Maschietto [1] sobre enseñanza de la geometría en educación secundaria identifica cuatro tendencias en la investigación reciente: argumentación y demostración, visualización y registro gráfico, uso de EGD y formación docente. La revisión complementaria de Sinclair *et al.* [4] para el ICME-13 organiza la investigación en torno a siete hilos temáticos: teorías del aprendizaje geométrico (van Hiele, Duval, conceptos figurales de Fischbein), razonamiento visuoespacial, diagramas, tecnología digital, definiciones, procesos de demostración y enfoques que trascienden la geometría euclídea clásica. La coincidencia en prioridades entre ambas revisiones —separadas por casi una década— sugiere que la tensión entre exploración visual y justificación deductiva constituye el problema central de la educación geométrica contemporánea.

En lo que concierne específicamente a la demostración, la investigación ha transitado de estudiar la explicación informal hacia el análisis de los procesos de prueba formal, con especial atención al papel de las definiciones y las propiedades en la construcción de argumentos. Miyazaki, Fujita y Jones ^[20] proponen un marco de tres niveles —pre-estructural, parcialmente estructural y holístico-estructural— para capturar la comprensión estudiantil de la estructura de la prueba deductiva. Su aplicación a estudiantes de 14 años sobre pruebas de congruencia de triángulos revela que la mayoría opera en los niveles inferiores, lo que justifica el diseño de actividades con andamiaje explícito sobre la organización lógica de los argumentos.

1.3.2. La demostración como práctica matemática auténtica

Stylianides, Komatsu, Weber y Stylianides ^[9] distinguen entre la reproducción de pruebas conocidas y la construcción de pruebas originales. Mientras la reproducción puede apoyarse en la memorización de esquemas, la construcción de pruebas exige que el estudiante identifique qué resultados previos son relevantes y cómo articularlos en una cadena deductiva coherente. Esta distinción tiene implicaciones curriculares directas: los libros de texto de geometría que predominan en el bachillerato mexicano tienden a solicitar la reproducción de demostraciones canónicas, sin promover la construcción autónoma de pruebas.

La revisión de Campbell, Boyle y King ^[21] sobre prueba y argumentación en la educación K-12 sintetiza 76 artículos y concluye que la cultura de aula, la responsabilidad individual del estudiante y la práctica sistemática de conjetura son los tres factores que más consistentemente predicen el desarrollo de competencia demostrativa. Estos hallazgos sugieren que la recuperación de la prueba no depende principalmente del contenido —si se trabaja triángulos, circunferencias o vectores—, sino de las normas de validación que el docente establece en el aula.

Weber y Tanswell ^[22] analizan la tensión entre pruebas concebidas como instrucciones —que revelan la motivación de cada paso— y pruebas concebidas como recetas —que enumeran procedimientos sin explicarlos—. La geometría euclidiana, con su tradición de análisis y síntesis, proporciona un modelo natural de prueba-instrucción: el análisis identifica los recursos necesarios y la síntesis los organiza en la demostración. Esta dualidad

es, precisamente, el fundamento epistemológico de la estrategia de comparación dual propuesta en este trabajo.

1.3.3. Comprensión lectora de demostraciones geométricas

Yang y Lin ^[23] propusieron un modelo de comprensión lectora de pruebas geométricas que distingue entre la identificación de elementos lógicos, la comprensión de sus relaciones y la capacidad de transferir el esquema de demostración a nuevas situaciones. Yang y Li ^[24] extendieron este marco al dominio de las demostraciones de construcción geométrica, mostrando que la lectura comprensiva de una construcción constituye en sí misma una forma exigente de razonamiento matemático. Ambos marcos son pertinentes para el diseño de actividades en el contexto de la propuesta dual: la lectura de construcciones euclidianas —con atención a la motivación de cada paso— puede funcionar como andamiaje previo a la demostración autónoma.

Miyazaki, Fujita y Jones ^[25] proponen la prueba en diagrama de flujo como dispositivo de transición entre el razonamiento informal y la prueba formal. Este formato hace visible la estructura lógica de la demostración —qué se asume, qué se deduce, cómo se encadenan los pasos— sin imponer la notación canónica de dos columnas. Su eficacia como andamiaje es relevante para el contexto mexicano, donde la demostración formal suele introducirse abruptamente en bachillerato, sin la preparación progresiva que requiere.

1.3.4. Geometría dinámica y transición a la prueba formal

El uso de EGD como GeoGebra permite explorar la variación de figuras e identificar invariantes geométricos, lo que facilita la formulación de conjeturas. No obstante, la investigación advierte sobre la necesidad de una desconexión deliberada: formulada la conjetura mediante exploración dinámica, el estudiante debe justificarla mediante argumento deductivo, sin recurrir al software como fuente de verdad ^[1]. Este principio conecta directamente con la distinción euclidiana entre análisis y síntesis.

Baccaglini-Frank ^[6] examina cómo la estrategia de “arrastre para mantener” en EGD conduce a la generación de conjeturas mediante abducción instrumentada: el estudiante arrastra un punto hasta que se satisface una condición y, a partir de la propiedad que se mantiene

constante, formula una hipótesis. Este proceso reproduce, en un entorno computacional, la lógica del análisis geométrico euclidiano: identificar qué condición caracteriza la configuración estudiada. La diferencia crucial es que la abducción computacional no constituye una prueba; su conversión en demostración requiere retomar el registro discursivo-deductivo.

Komatsu y Jones ^[26] han documentado de manera especialmente pertinente para la propuesta de este trabajo la interacción entre la actividad con papel-y-lápiz y el uso de EGD durante la generalización y la demostración. Sus resultados muestran que concentrarse en un diagrama estático en papel puede ser tan productivo como, o incluso más productivo que, la exploración en software para la construcción de pruebas, en particular cuando se requiere identificar la idea clave de la demostración. Esta complementariedad entre herramientas —y no la sustitución de una por otra— es el fundamento empírico de la estrategia de comparación dual.

Leung *et al.* ^[27] proponen una perspectiva teórica integrada sobre cómo los estudiantes disciernen invariantes en entornos DGE mediante el arrastre: la teoría de la variación y el modelo de arrastre para mantener se combinan para explicar cómo la exploración computacional puede dar lugar a la comprensión de propiedades geométricas que, en última instancia, sustentan la prueba sintética. Esta perspectiva refuerza la viabilidad de articular EGD con la tradición euclidiana, siempre que el diseño didáctico exija explícitamente la transición del registro exploratorio al registro demostrativo.

II. METODOLOGÍA

Este estudio adopta un enfoque de revisión y reflexión teórica. La estrategia metodológica se desarrolla en dos planos complementarios.

- Revisión de literatura: se consultaron bases de datos especializadas (ERIC, MathSciNet, Scopus, SpringerLink, Taylor & Francis Online) con los descriptores *geometry education*, *Euclidean proof*, *dynamic geometry* y *mathematics curriculum*, acotando el periodo 2013-2025. Se priorizaron artículos en revistas indexadas de educación matemática (*ZDM–Mathematics Education*, *Educational Studies in Mathematics*, *International Journal of Science and Mathematics Education*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*,

Research in Mathematics Education, *Mathematical Thinking and Learning*) y capítulos de *handbooks* de referencia internacional.

- Análisis curricular: se examinaron de forma sistemática el Plan de Estudio 2022 de la Educación Básica (NEM) ^[28], el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2025 (MCCEMS) ^[29] y los programas de Matemáticas I–IV de la Dirección General del Bachillerato (DGB) ^[30]. El criterio de análisis fue la identificación de campos, ejes y contenidos articulables con las prácticas clásicas de la geometría euclidiana.

La revisión de la literatura no pretendió agotar los artículos relacionados con el tema, sino guiar la reflexión y fundamentar la propuesta didáctica. Los resultados de ambos planos se integraron en la estrategia de comparación dual.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. OPORTUNIDADES CURRICULARES PARA LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

El análisis del Plan de Estudio 2022 de la NEM revela que el campo formativo Saberes y pensamiento científico ofrece dos ejes articuladores directamente pertinentes. El primero es el Pensamiento crítico, que demanda la formación de sujetos capaces de argumentar, cuestionar y validar afirmaciones: competencias que la tradición euclidiana desarrolla de manera sistemática. El segundo es la Apropiación de las culturas a través de la lectura y la escritura, que puede interpretarse en relación con la alfabetización matemática y el lenguaje geométrico.

La autonomía y el codiseño curricular que promueve la NEM constituyen, además, una oportunidad concreta para contextualizar problemas clásicos —construcciones con regla y compás, semejanza, teorema de Pitágoras— en proyectos interdisciplinarios y comunitarios, sin necesidad de alterar los programas oficiales.

En el nivel de educación media superior, el MCCEMS 2025 organiza la enseñanza en la asignatura Pensamiento Matemático. El tercer semestre incorpora geometría plana como dominio que introduce representaciones visuales para fomentar la abstracción espacial ^[29];

el cuarto semestre integra trigonometría y geometría analítica. Esta secuencia es el escenario ideal para la estrategia de comparación dual. Los programas DGB de Matemáticas I–IV contemplan recta, circunferencia, vectores, lugares geométricos, transformaciones e introducción a la analítica [30], todos los cuales admiten un tratamiento dual sintético-analítico.

3.2. APORTACIÓN FORMATIVA DE LA GEOMETRÍA GRIEGA: HALLAZGOS DE LA REVISIÓN

La revisión de la literatura permitió identificar cuatro dimensiones de la aportación formativa de la geometría euclidiana, pertinentes para el contexto curricular mexicano.

Primero, lenguaje y definiciones: la precisión de los términos y la lectura de diagramas son competencias semióticas que la geometría griega desarrolla de manera natural y que los programas actuales demandan explícitamente [11]. Segundo, estructura axiomática: el orden lógico y la dependencia de resultados constituyen la base del razonamiento deductivo, cuyo desarrollo es una meta formativa reconocida en los marcos curriculares [28], [29], y que Harel y Weber [31] sitúan como el núcleo de la competencia matemática avanzada. Tercero, construcción y prueba (síntesis): el camino del problema a la demostración es la forma más auténtica de práctica matemática en el sentido de Stylianides *et al.* [9]. Cuarto, análisis geométrico: iniciar con lo que se quiere demostrar y trabajar hacia atrás funciona como puente epistemológico entre la geometría sintética y la analítica, y como estrategia de resolución de problemas transferible a otros dominios matemáticos [22].

Estos hallazgos coinciden con los reportados por Viramontes y Chavira [32], quienes documentaron que el uso de fuentes originales euclidianas como recurso didáctico promueve una comprensión más profunda de la necesidad de la prueba en los procedimientos de justificación de las construcciones geométricas.

3.3. PROPUESTA: LA ESTRATEGIA DE COMPARACIÓN DUAL

Con base en los hallazgos anteriores, se propone la estrategia de comparación dual como dispositivo didáctico para integrar la tradición euclidiana en los programas vigentes. La [Tabla 1](#) presenta los componentes de cada ruta.

TABLA 1
COMPONENTES DE LA ESTRATEGIA DE COMPARACIÓN DUAL

RUTA SINTÉTICA	RUTA ANALÍTICA
Exploración dinámica (EGD)	Modelo en coordenadas
Formulación de conjetura / invariante	Deducción de ecuaciones
Demostración del teorema (síntesis)	Verificación e interpretación geométrica
Desconexión deliberada del software para justificar	Traducción algebraica del resultado geométrico

La complementariedad entre ambas rutas no es meramente didáctica, sino epistemológica: la ruta sintética desarrolla la intuición geométrica y la cultura de la prueba; la ruta analítica proporciona al estudiante herramientas algebraicas de alto valor operativo. Su articulación constituye una experiencia de modelación matemática de alta calidad formativa.

La secuencia didáctica tipo comprende cinco fases: (1) exploración dinámica con EGD para generar conjeturas; (2) análisis geométrico para identificar los recursos deductivos necesarios; (3) demostración sintética (síntesis) con desconexión deliberada del software; (4) traducción analítica del resultado en coordenadas; y (5) verificación e interpretación geométrica de los resultados algebraicos.

La fundamentación de esta secuencia en la investigación internacional es sólida: la fase (1) corresponde al proceso de abducción instrumentada documentado por Baccaglini-Frank [6]; la transición entre (1) y (3) refleja el principio de desconexión deliberada identificado por Weigand, Hollebrands y Maschietto [1]; las fases (3) y (4) corresponden a la complementariedad papel-lápiz / EGD documentada por Komatsu y Jones [26]; y la fase (5) corresponde al principio de examinación empírica posterior a la prueba propuesto por Komatsu [33].

El teorema del triángulo de Napoleón resulta especialmente productivo como problema-meta: en su ruta sintética exige congruencia y propiedades de triángulos equiláteros; en su ruta analítica puede abordarse mediante coordenadas cartesianas. Esta dualidad ilustra la potencia formativa de la comparación dual como estrategia didáctica respaldada por las reformas curriculares.

3.4. FORMACIÓN DOCENTE: CONDICIÓN NECESARIA PARA LA SOSTENIBILIDAD

La falta de una enseñanza sólida de la geometría euclidiana en la educación secundaria y preparatoria tiene consecuencias directas sobre la preparación de los futuros docentes. Erickson y Herbst ^[34] documentaron que la mayoría de los docentes de geometría en bachillerato raramente crean oportunidades para la discusión durante la instrucción de la prueba, en parte por inseguridad con el contenido y en parte por presiones curriculares. Karpuz y Atasoy ^[35] encontraron lagunas significativas en el conocimiento de profesores de bachillerato sobre la estructura lógica de las pruebas geométricas, particularmente en lo que respecta a la interacción entre el registro figural y el registro discursivo.

Si quienes están en formación no han experimentado la demostración geométrica como práctica matemática auténtica, difícilmente podrán promoverla en sus propias aulas. La recuperación de la tradición euclidiana en programas de formación inicial y continua asegura las bases conceptuales y metodológicas indispensables para una enseñanza de la geometría con mayor profundidad epistemológica. Ruiz-López ^[36] documenta, desde el contexto iberoamericano, que el proceso de génesis instrumental con GeoGebra en futuros profesores de primaria está marcado por obstáculos específicos que requieren atención explícita en la formación.

IV. CONCLUSIONES

La geometría euclidiana posee un valor formativo intrínseco e irrenunciable. Su estructura axiomática entrena el razonamiento, la prueba y la argumentación lógica: competencias que los marcos curriculares vigentes en México reconocen explícitamente como prioritarias, y que resultan insuficientemente atendidas cuando la geometría escolar se reduce a la aplicación de fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes. La revisión de la literatura internacional confirma que la tensión entre exploración visual y justificación deductiva es el problema central de la educación geométrica contemporánea, y que la tradición euclidiana ofrece recursos epistemológicamente fundamentados para abordarla.

Existe pertinencia curricular real para recuperar la tradición euclidiana sin modificar los programas vigentes. Los campos formativos, ejes articuladores y contenidos del Plan de Estudio 2022 y del MCCEMS 2025 cons-

tituyen oportunidades concretas, especialmente en los semestres de geometría plana y geometría analítica de Pensamiento Matemático. La perspectiva histórico-epistemológica —avalada por la comunidad HPM y respaldada en investigación reciente— aporta marcos adicionales para justificar esta recuperación no como retorno al pasado, sino como práctica pedagógicamente fundamentada.

La estrategia de comparación dual (ruta sintética y ruta analítica) ofrece un recurso didáctico viable que permite recuperar las prácticas clásicas como cultura de la prueba y no como arqueología didáctica. Su fundamentación en la investigación sobre la interacción papel-lápiz / EGD, sobre la abducción instrumentada y sobre la desconexión deliberada del software la dota de coherencia epistemológica y factibilidad pedagógica. Su implementación sistemática, apoyada en EGD y en problemas geoméricamente ricos, representa una respuesta fundada al reto de formar estudiantes capaces de argumentar, demostrar y modelar con rigor y significado.

El fortalecimiento de la formación docente es la condición necesaria para que esta recuperación sea sostenible. Integrar la experiencia de la demostración geométrica en los programas de formación inicial y continua es una tarea impostergable para la educación matemática en México. Como líneas de investigación futura se identifican: la implementación y evaluación empírica de secuencias de comparación dual en aulas reales de bachillerato mexicano; el diseño de rúbricas de argumentación adaptadas al contexto NEM; y el análisis del impacto de la estrategia sobre la percepción de la geometría por parte de estudiantes y docentes en formación.

REFERENCIAS

- [1] H. G. Weigand, K. Hollebrands y M. Maschietto, “Geometry education at secondary level – a systematic literature review”, *ZDM–Mathematics Education*, vol. 57, pp. 829-843, 2025, doi: [10.1007/s11858-025-01703-1](https://doi.org/10.1007/s11858-025-01703-1).
- [2] D. De Bock, ed., *Modern Mathematics: An International Movement?* Cham, Suiza: Springer, 2023, doi: [10.1007/978-3-031-11166-2](https://doi.org/10.1007/978-3-031-11166-2).
- [3] J. Kilpatrick, “The new math as an international phenomenon”, *ZDM–Mathematics Education*, vol. 44, n.º 4, pp. 563-571, 2012, doi: [10.1007/s11858-012-0393-2](https://doi.org/10.1007/s11858-012-0393-2).

- [4] N. Sinclair, M. G. Bartolini Bussi, M. de Villiers, K. Jones, U. Kortenkamp, A. Leung y K. Owens, "Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 48, n.º 5, pp. 691-719, 2016, doi: [10.1007/s11858-016-0796-6](https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6).
- [5] N. Sinclair y O. Robutti, "Technology and the role of proof: The case of dynamic geometry", en *Third International Handbook of Mathematics Education*, M. A. Clements et al., Eds. Nueva York: Springer, 2013, pp. 571-596, doi: [10.1007/978-1-4614-4684-2_19](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_19).
- [6] A. Baccaglini-Frank, "Dragging, instrumented abduction and evidence, in processes of conjecture generation in a dynamic geometry environment", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 51, n.º 5, pp. 779-791, 2019, doi: [10.1007/s11858-019-01046-8](https://doi.org/10.1007/s11858-019-01046-8).
- [7] G. J. Stylianides, A. J. Stylianides y A. Moutsios-Rentzos, "Proof and proving in school and university mathematics education research: a systematic review", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 56, pp. 47-59, 2024, doi: [10.1007/s11858-023-01518-y](https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y).
- [8] G. Harel, "Epistemological justification", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 56, pp. 1489-1501, 2024, doi: [10.1007/s11858-024-01603-w](https://doi.org/10.1007/s11858-024-01603-w).
- [9] A. J. Stylianides, K. Komatsu, K. Weber y G. J. Stylianides, "Teaching and learning authentic mathematics: The case of proving", en *Handbook of Cognitive Mathematics*, M. Danesi, ed. Cham: Springer, 2022, pp. 727-761, doi: [10.1007/978-3-030-44982-7_9-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-44982-7_9-1).
- [10] P. C. Dawkins, "Identifying aspects of mathematical epistemology that might influence productively student reasoning beyond mathematics", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 52, n.º 6, pp. 1177-1186, 2020, doi: [10.1007/s11858-020-01167-5](https://doi.org/10.1007/s11858-020-01167-5).
- [11] R. Duval, *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Cham: Springer, 2017, doi: [10.1007/978-3-319-56910-9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9).
- [12] K. Weber, P. C. Dawkins y J. P. Mejía-Ramos, "The relationship between mathematical practice and mathematics pedagogy in mathematics education research", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 52, n.º 6, pp. 1063-1074, 2020, doi: [10.1007/s11858-020-01173-7](https://doi.org/10.1007/s11858-020-01173-7).
- [13] É. Barbin y M. Menghini, "History of Teaching Geometry", en *Handbook on the History of Mathematics Education*, A. Karp y G. Schubring, eds. Nueva York: Springer, 2014, pp. 473-492, doi: [10.1007/978-1-4614-9155-2_23](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9155-2_23).
- [14] J. B. P. de Carvalho, "Mathematics Education in Latin America", en *Handbook on the History of Mathematics Education*, A. Karp y G. Schubring, eds. Nueva York: Springer, 2014, pp. 335-359, doi: [10.1007/978-1-4614-9155-2_17](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9155-2_17).
- [15] U. D'Ambrosio, "Mathematics Education in Latin America, in the Premodern Period", en *Handbook on the History of Mathematics Education*, A. Karp y G. Schubring, eds. Nueva York: Springer, 2014, pp. 186-196, doi: [10.1007/978-1-4614-9155-2_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9155-2_9).
- [16] R. Chorlay, K. M. Clark y C. Tzanakis, "History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 54, n.º 7, pp. 1407-1420, 2022, doi: [10.1007/s11858-022-01442-7](https://doi.org/10.1007/s11858-022-01442-7).
- [17] F. Furinghetti, "Rethinking history and epistemology in mathematics education", *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 51, n.º 6, pp. 967-994, 2020, doi: [10.1080/0020739X.2019.1565454](https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1565454).
- [18] K. M. Clark, T. H. Kjeldsen, S. Schorcht y C. Tzanakis eds., *Mathematics, Education and History: Towards a Harmonious Partnership*. Cham: Springer, 2018, doi: [10.1007/978-3-319-73924-3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3).
- [19] M. N. Fried, "History of Mathematics in Mathematics Education", en *International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching*, M. R. Matthews, ed. Dordrecht: Springer, 2014, pp. 669-703, doi: [10.1007/978-94-007-7654-8_21](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7654-8_21).
- [20] M. Miyazaki, T. Fujita y K. Jones, "Students' understanding of the structure of deductive proof", *Educ. Stud. Math.*, vol. 94, n.º 2, pp. 223-239, 2017, doi: [10.1007/s10649-016-9720-9](https://doi.org/10.1007/s10649-016-9720-9).
- [21] T. G. Campbell, J. D. Boyle y S. King, "Proof and argumentation in K-12 mathematics: a review of conceptions, content, and support", *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 51, n.º 5, pp. 754-774, 2020, doi: [10.1080/0020739X.2019.1626503](https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626503).

- [22] K. Weber y F. S. Tanswell, "Instructions and recipes in mathematical proofs", *Educ. Stud. Math.*, vol. 111, n.º 1, pp. 73-87, 2022, doi: [10.1007/s10649-022-10156-2](https://doi.org/10.1007/s10649-022-10156-2).
- [23] K.-L. Yang y F.-L. Lin, "A model of reading comprehension of geometry proof", *Educ. Stud. Math.*, vol. 67, n.º 1, pp. 59-76, 2008, doi: [10.1007/s10649-007-9080-6](https://doi.org/10.1007/s10649-007-9080-6).
- [24] K. L. Yang y J. L. Li, "A framework for assessing reading comprehension of geometric construction texts", *Int J of Sci and Math Educ*, vol. 16, n.º 1, pp. 109-124, 2018, doi: [10.1007/s10763-016-9770-6](https://doi.org/10.1007/s10763-016-9770-6).
- [25] M. Miyazaki, T. Fujita y K. Jones, "Flow-chart proofs with open problems as scaffolds for learning about geometrical proofs", *ZDM-Mathematics Education*, vol. 47, n.º 7, pp. 1211-1224, 2015, doi: [10.1007/s11858-015-0712-5](https://doi.org/10.1007/s11858-015-0712-5).
- [26] K. Komatsu y K. Jones, "Interplay between paper-and-pencil activity and dynamic-geometry-environment use during generalisation and proving", *Digit. Exp. Math. Educ.*, vol. 6, pp. 199-227, 2020, doi: [10.1007/s40751-020-00067-3](https://doi.org/10.1007/s40751-020-00067-3).
- [27] A. Leung, A. Baccaglini-Frank y M. A. Mariotti, "Discernment of invariants in dynamic geometry environments", *Educ. Stud. Math.*, vol. 84, n.º 3, pp. 439-460, 2013, doi: [10.1007/s10649-013-9492-4](https://doi.org/10.1007/s10649-013-9492-4).
- [28] Secretaría de Educación Pública, *Plan de Estudio para la Educación Preescolar, Primaria y Secundaria 2022. Nueva Escuela Mexicana*. México: SEP, 2022. [En línea]. Disponible: [https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2025/Plan_y_programas_de_estudio_2025/Plan de Estudio 2025 -WEB-.pdf](https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2025/Plan_y_programas_de_estudio_2025/Plan_de_Estudio_2025_WEB-.pdf)
- [29] Secretaría de Educación Pública, *Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2025. Pensamiento Matemático*. México: SEP, 2025. [En línea]. Disponible: <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/modeloeducativo2025.html>
- [30] Secretaría de Educación Pública, *Programas de Matemáticas I-IV*. México: SEP, 2017.
- [31] G. Harel y K. Weber, "Deductive Reasoning in Mathematics Education", en *Encyclopedia of Mathematics Education*, S. Lerman, ed. Cham: Springer, 2020, doi: [10.1007/978-3-030-15789-0_43](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_43).
- [32] J. D. Viramontes y H. C. Chavira, "Uso de las fuentes originales, el caso de la justificación de las construcciones geométricas", en *Perspectivas actuales de la Educación Matemática*, M. Sánchez, M. S. García y A. Castañeda, eds. México: SOMIDEM, 2024, pp. 341-346, doi: [10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-40](https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-40).
- [33] K. Komatsu, "Fostering empirical examination after proof construction in secondary school geometry", *Educ. Stud. Math.*, vol. 96, n.º 2, pp. 129-144, 2017, doi: [10.1007/s10649-016-9731-6](https://doi.org/10.1007/s10649-016-9731-6).
- [34] A. Erickson y P. Herbst, "Will teachers create opportunities for discussion when teaching proof in a geometry classroom?", *Int. J. Sci. Math. Educ.*, vol. 16, pp. 167-181, 2018, doi: [10.1007/s10763-016-9764-4](https://doi.org/10.1007/s10763-016-9764-4).
- [35] Y. Karpuz y E. Atasoy, "High school mathematics teachers' content knowledge of the logical structure of proof deriving from figural-concept interaction in geometry", *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 51, n.º 4, pp. 585-603, 2020, doi: [10.1080/0020739X.2020.1736347](https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1736347).
- [36] N. Ruiz-López, "The instrumental genesis process in future primary teachers using Dynamic Geometry Software", *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 49, n.º 4, pp. 481-500, 2018, doi: [10.1080/0020739X.2017.1377302](https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1377302).

RECONOCIMIENTOS

El autor agradece a la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez y a la organización del XVI Encuentro Internacional de la Enseñanza del Cálculo (EICAL 16) por el espacio de reflexión colectiva que dio origen a este trabajo.