

# Estrategias de enseñanza de la física en el bachillerato basadas en la didáctica del razonamiento proporcional

## *Physics Teaching Strategies Supported on the Didactics of Proportional Reasoning*

Ulises Solís Hernández<sup>1a</sup>  , Beatriz Oropeza Villalobos<sup>1b</sup> 

<sup>1</sup>Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México, <sup>a</sup>Plantel Benito Juárez, <sup>b</sup>Plantel Ricardo Flores Magón, Ciudad de México, México

### RESUMEN

El pensamiento proporcional no ha sido suficientemente aprovechado en la enseñanza de la física a pesar de que esta habilidad es una característica más del pensamiento científico. En este trabajo se muestra cómo la didáctica específica de la proporcionalidad puede aplicarse a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas de física de nivel bachillerato. Esta didáctica desarrolla el pensamiento proporcional en los estudiantes, al mismo tiempo que se utiliza para introducir conceptos físicos, estudiar la relación matemática entre variables físicas y desarrollar habilidades en la resolución de problemas. Como ejemplo de esta propuesta didáctica, se presentan dos estrategias educativas aplicadas a grupos del Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México (IEMS) para introducir conceptos de física apoyadas en el razonamiento proporcional. Con las estrategias se consigue que los estudiantes, guiados por el docente, comprendan la dependencia variacional entre los conceptos físicos y ocupen nuevos métodos para resolver problemas basados en la razón unitaria.

**PALABRAS CLAVE:** razonamiento proporcional; didáctica específica de la física; estrategias didácticas, enseñanza de la ciencia.

### ABSTRACT

Proportional reasoning has not been sufficiently exploited in physics education, although this ability is a characteristic of scientific thinking. In this work, we show how the specific didactics of proportionality can be applied to the teaching-learning processes of physics subjects in high school-level courses. This didactic develops proportional thinking in students, and at the same time, it is useful for introducing physical concepts and better understanding the mathematical relationship between physical variables and problem-solving. As an example of this didactic proposal, we present two educational strategies applied to Instituto de Educación Media Superior (IEMS) groups to introduce physics concepts supported by proportional reasoning, in which students, guided by the teacher, understand the variational dependence between physical concepts and use new methods to solve problems based on the unitary ratio.

**KEYWORDS:** proportional reasoning; specific physics didactics; teaching strategies, science teaching.

#### Correspondencia:

**DESTINATARIO:** Ulises Solís Hernández  
**INSTITUCIÓN:** Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México, plantel Benito Juárez  
**DIRECCIÓN:** Calle Zacatlán esq. Cempazuchitl s/n, col. Pueblo San Lorenzo, Alcaldía Iztapalapa, C. P. 09790, Ciudad de México  
**CORREO ELECTRÓNICO:** ulises.solis@iems.edu.mx

**Fecha de recepción:** 31 de julio de 2024. **Fecha de aceptación:** 30 de septiembre de 2024. **Fecha de publicación:** 9 de octubre de 2024.



## I. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con diversos autores, el concepto de *razonamiento proporcional* en física escolar se considera un vehículo que permite una liga racional entre los conceptos físicos, las leyes que los describen y la resolución de problemas numéricos [1], [2]. Sin embargo, a pesar del beneficio que aporta al proceso de aprendizaje en esta asignatura, se observa que en el material escrito usado para apoyo de las clases, en particular los libros de texto a nivel medio superior, este tema no ha sido abordado con la importancia y formalidad que es requerida, o que simplemente se encuentra ausente.

Por ejemplo, en [3] se emplea constantemente en los diferentes capítulos el concepto de razonamiento proporcional en la descripción de las relaciones entre las variables que describen un fenómeno físico, tal como muestra el siguiente enunciado: “Decimos que la aceleración producida es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él...” [3, p. 58], pero omite las explicaciones previas del concepto de relaciones de proporcionalidad y solamente se presenta una breve viñeta alusiva a ello, que indica que “Cuando dos cantidades son directamente proporcionales entre sí, cuando una aumenta, la otra también lo hace. Sin embargo, cuando las dos son inversamente proporcionales entre sí, cuando una aumenta, la otra disminuye” [3, p. 63].

Esta situación se repite en otro material frecuentemente empleado como libro de texto [4], dentro del cual se omite la descripción explícita. Una situación interesante es un texto [5] en el que se aborda el tema cuando se describe la construcción de gráficas de movimiento.

Este breve análisis permite suponer que en los libros de texto de física de nivel bachillerato se considera que los estudiantes en este nivel académico han incorporado el aprendizaje de las relaciones de proporcionalidad en el nivel escolar previo, o incluso que este tema corresponde exclusivamente al ámbito de las matemáticas escolares. También, es plausible que al considerarse a la proporcionalidad una herramienta matemática, solo se aborda cuando es necesaria en temas específicos, tales como la graficación de la relación entre variables y la transformación entre unidades.

Un ejemplo de texto que sí considera específicamente el tema de interés es el denominado “Proporción Directa e Inversa” [6], en el cual se explica el concepto de relacio-

nes directas e inversas, se muestran las representaciones gráficas de ellas y se presentan ejemplos relacionados con fenómenos físicos. El siguiente párrafo es extraído de este texto:

“Existen casos de variables relacionadas de manera directa donde el aumento de una variable ocasiona un aumento proporcional en otra variable, o la disminución de una variable ocasiona una disminución proporcional de otra variable. A esto se le llama proporción directa” [6, p. 12].

Esta situación genera la necesidad de que los docentes de nivel medio superior reestructuren las estrategias en relación a la enseñanza de las relaciones de proporcionalidad a través de la innovación didáctica con la intención de potenciar los procesos de enseñanza aprendizaje, que permitan, por una parte, ligarlos a la comprensión de los fenómenos físicos y, por otra, facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas numéricos que permita trascender la aplicación mecánica de la regla de tres o el factor de conversión [7].

En este trabajo se presenta una didáctica para la enseñanza de la física basada en la proporcionalidad y adaptada a cursos del primer ciclo del Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México (IEMS). En esta institución, los dos cursos obligatorios de física se imparten a estudiantes de nuevo ingreso; el primer semestre, el temario corresponde a estructura y propiedades de la materia y elementos de termodinámica; después, en el segundo semestre se aborda mecánica y electromagnetismo. Dado este contexto escolar, las estrategias presentadas en este trabajo han sido diseñadas para estudiantes que recientemente terminaron la escuela secundaria y que, en su mayoría, no cuentan con las suficientes habilidades matemáticas.

## II. RAZONAMIENTO PROPORCIONAL EN LA DIDÁCTICA DE LA FÍSICA

Se propone aquí un enfoque en el que la enseñanza de algunos temas de física se haga empleando estrategias didácticas que utilizan el concepto de proporcionalidad. Esto implica que al mismo tiempo que se consiguen objetivos de aprendizaje propios de las asignaturas, también se desarrolla el *pensamiento* o *razonamiento proporcional* (RP) en los estudiantes, entendido como la capacidad de identificar patrones en los cambios de magnitudes, de encontrar relaciones de dependencia proporcional entre variables y de modelar estas covaria-

ciones con expresiones algebraicas y representaciones visuales [8].

Con una metodología que se detalla más adelante, a través de la guía del docente los estudiantes van encontrando sentido a las magnitudes físicas, a sus unidades, a los nuevos conceptos que las relacionan y a la dependencia entre las variables físicas. Esto es posible al usar la proporcionalidad en las estrategias de enseñanza no solo como una herramienta matemática más para resolver problemas, sino también para introducir nuevos conceptos de física, encontrar la relación matemática entre las variables físicas y en algunos casos, para que los mismos estudiantes propongan fórmulas o expresiones matemáticas que resuman estas dependencias.

Hay diferentes dominios o habilidades del RP que se pueden desarrollar de manera paralela a los objetivos de aprendizaje de las asignaturas de física y, por lo mismo, pueden trabajarse en la mayoría de los contenidos de los cursos de nivel bachillerato. A continuación se detalla estas habilidades que se pueden encontrar en la didáctica de las matemáticas [9], [10] y se muestra cómo se pueden aplicar a la didáctica de la física.

#### A. COMPARACIÓN DE MAGNITUDES A TRAVÉS DE LA RAZÓN

Cuando se comparan dos cantidades es posible realizarlo con la razón geométrica entre ellas. Si se desea saber cuántas veces es más grande la masa de un auto comparado con la de una persona, la razón es el resultado de comparar estas dos magnitudes  $A$  y  $B$  a través de una división representada por  $A/B$ . Una razón así planteada puede entenderse en el sentido de cuántas veces una cantidad es más grande que la otra. Es fácil proponer este tipo de ejercicios a los estudiantes en los cursos de física y tiene varias utilidades para el aprendizaje dependiendo del tipo de razón (o comparación) que se esté realizando [11, p. 72].

Se puede iniciar estas comparaciones con razones homogéneas, es decir, aquellas en las que las cantidades son del mismo tipo. La razón interpretada de esta forma ejercita la habilidad de identificar diferentes magnitudes en los objetos. Por ejemplo, si se solicita a los estudiantes que comparen el tamaño de un pizarrón con el de una hoja de cuaderno, primero van a tener que identificar las magnitudes que pueden comparar y posteriormente aprenden que en estos casos solo tiene sentido comparar magnitudes del mismo tipo, o sea,

el largo del pizarrón con el largo de la hoja, o el área del pizarrón con el área de la hoja, no tiene significado comparar la superficie del pizarrón con el largo de la hoja.

Aunque el ejercicio anterior parece muy básico, es necesario discutirlo, ya que muchas de estas magnitudes no tienen significado para la mayoría de los estudiantes. De hecho, frecuentemente los docentes deben repasar o trabajar por primera vez con ellos conceptos como longitud, área y volumen.

Por ejemplo: *dibuja en el piso exactamente  $1 \text{ m}^2$  y calcula su perímetro. Después, dibuja también en el piso un contorno cerrado que encierre la superficie de un departamento de  $70 \text{ m}^2$  y también calcula su perímetro. Ahora compara las áreas y los perímetros de ambas superficies.*

Esta actividad práctica permite que los estudiantes conozcan el tamaño real de  $1 \text{ m}^2$  y también que al comparar los perímetros se percaten que la razón entre áreas no es necesariamente la misma que la razón entre perímetros.

Otro ejemplo con superficies y longitudes es el siguiente: *¿Qué es mayor, un círculo con un radio de  $6 \text{ cm}$  o un cuadrado con una superficie de  $100 \text{ cm}^2$ ?*

Aunque el anterior problema los estudiantes pueden solucionarlo usando fórmulas de geometría, se recomienda proponerles que dibujen ambas figuras en su cuaderno, con el propósito es discutir con los estudiantes cuáles son las magnitudes del mismo tipo que se pueden comparar del círculo y del cuadrado, llegando a la conclusión de que no tiene sentido comparar una longitud (el radio de un círculo) con una superficie (el área de un cuadrado).

En el siguiente ejercicio es sencillo calcular dos volúmenes y compararlos, pero lo más importante, es que para resolverlo los estudiantes deben comparar las magnitudes adecuadas. Es común que al responder muchos estudiantes comparen las dimensiones de ambos objetos (el doble de las dimensiones de la caja grande con respecto a las de la caja pequeña) y no sus volúmenes.

*¿Cuántas pelotas iguales caben en una caja de  $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ , si 12 de las pelotas llenan una caja de  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ ?*

Aplicar la razón geométrica en problemas de comparación proporciona a los estudiantes el hábito y la habilidad de identificar las magnitudes físicas, a la vez que adquieren conciencia de su significado y del sentido de escribir las unidades de medida. Una vez que se comienza a realizar este tipo de comparaciones, para los estudiantes se vuelve habitual tratar de resolver así los problemas de física y es posible comenzar a plantear ejercicios del tipo siguiente:

¿Qué tiene más masa, tu profesor o todo el aire que ocupa el volumen del aula?

¿Cabén 4500 litros de combustible diésel en un tanque de  $2.5\text{ m} \times 2\text{ m} \times 1\text{ m}$ ?

¿Cabén 4500 kg de combustible diésel en un tanque de  $2.5\text{ m} \times 2\text{ m} \times 1\text{ m}$ ?

Estos problemas también son de comparación en los cuales ahora es importante conocer antes la relación entre dos magnitudes de diferente tipo (masa y volumen), que en proporcionalidad se conoce como razón heterogénea.

### B. RAZONES HETEROGÉNEAS Y LA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD

La razón geométrica también se puede emplear para conocer la covariación entre dos magnitudes heterogéneas, es decir que pertenecen a diferente clase. Dado que en física muchas magnitudes están relacionadas entre sí, una razón entre ellas puede tener un significado nuevo. Cuando la proporción entre dos magnitudes que varían siempre se cumple, se puede introducir una nueva magnitud  $k$ , llamada *constante de proporcionalidad*.

La constante de proporcionalidad generalmente tiene un significado físico expresado a través de sus unidades [12, p. 35]. Por ejemplo, en una actividad para abordar el concepto de densidad, en lugar de introducir este concepto de forma tradicional con la fórmula  $\text{densidad} = \text{masa} / \text{volumen}$ , mejor se propone a los estudiantes hacer mediciones de masa y volumen para una misma sustancia, por ejemplo, café soluble, y registrarlos como en la Tabla 1. Con estos datos los estudiantes observan que hay una relación de proporcionalidad entre la masa y volumen de la sustancia, lo cual manifiesta que hay una íntima relación matemática entre ellas. Después, se les pide que dividan estas dos variables físicas y es en este

paso en el que los estudiantes descubren un valor que se repite para cualquier par de datos. Al final de la actividad, el docente comenta que a partir de ese momento, es posible identificar a ese material únicamente con esa constante y que por eso merece un nuevo nombre, al que se denomina densidad.

TABLA 1  
RELACIÓN MASA-VOLUMEN PARA UN CAFÉ SOLUBLE

MASA (g)	VOLUMEN (cm <sup>3</sup> )
0.21	0.294
0.35	0.515
0.50	0.738
0.69	1.031
0.91	1.322

Después se realiza el refuerzo de esta actividad que consiste en repetir con sustancias diferentes como azúcar, sal, tierra, alcohol o aceite. Al encontrar con el mismo método una constante de proporcionalidad para cada una de las sustancias, para los estudiantes está claro que la densidad es una propiedad que toda materia tiene y comprenden que esta propiedad indica la relación de proporcionalidad entre masa y volumen, relación en la que al conocer cómo varía una de ellas, es posible determinar cómo la otra se modifica.

La constante de proporcionalidad que compara y relaciona dos magnitudes de diferente tipo, en muchos casos tiene un significado propio, que puede interpretarse como una nueva constante física o como una nueva magnitud con unidades que reflejan el tipo de proporcionalidad que hay entre ellas, directa o inversa. Es posible aprovechar esta característica de la proporcionalidad para introducir otros conceptos de la misma forma en que se presentó a la densidad, por ejemplo, con la misma metodología se puede introducir a la constante elástica, a la presión en sólidos, a la velocidad, a la potencia o a la ley de Ohm.

Introducir conceptos físicos vía la constante de proporcionalidad también destaca los conceptos de cambio (intervalo) y covariación. Por ejemplo, la aceleración. El cambio de la rapidez  $\Delta v$  de un objeto cada cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$  se puede presentar a través de una razón  $\Delta v / \Delta t$  que es constante si la covariación es proporcional. Esta constante que se denomina aceleración  $a$ , es una nueva magnitud física que, una vez conocida, puede servir para encontrar los cambios de rapidez en

la forma  $\Delta v = a\Delta t$ . Cuando se discute este tema en clase, es necesario destacar que la unidad de esta magnitud es (metros/segundo) / segundo la cual indica la relación entre las magnitudes de rapidez y tiempo, es decir, el cambio de rapidez (medida en m/s) cada cierto tiempo (1 s).

Un enfoque de enseñanza basado en la proporcionalidad ayuda a los estudiantes a familiarizarse con el estilo científico en el que están enunciadas las leyes de la física. Incluso, históricamente varias de estas leyes son expresadas así porque provienen de experimentos que han revelado esta relación matemática, como la ley de Coulomb. En las actividades prácticas propuestas en este trabajo priorizamos observar la relación de proporcionalidad que hay entre magnitudes físicas en lugar de presentar primero una fórmula.

### C. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON LA RAZÓN UNITARIA

Regularmente, los estudiantes piensan que para resolver un problema de física basta con conocer una fórmula y saber manipularla algebraicamente. Pero hay casos en los que comprendiendo la relación proporcional entre las variables físicas involucradas en un problema, ayuda a comprender nuevos conceptos e ideas físicas. Para este fin es útil el pensamiento proporcional y su característica de encontrar la covariación entre dos o más magnitudes físicas.

Para los problemas en los que es necesario hacer un cálculo numérico, en la didáctica que se propone en este trabajo se recurre a estrategias de solución propias del razonamiento proporcional. Sin embargo, cabe aclarar que no se recomienda usar la regla de tres, pues los estudiantes terminan entendiendo este método como una receta que permite resolver cierto tipo de problemas siguiendo memorística y mecánicamente de una serie de pasos [13].

Usar métodos mecánicos para resolver un problema tiene el riesgo de que los estudiantes ignoren la física involucrada. Por ejemplo, si se les propone este ejercicio: *un resorte sostiene una masa con un peso de 60 N y se estira 3 cm. ¿Cuánta fuerza es necesaria para estirarlo 4.2 cm?* Un estudiante puede resolver el problema con regla de tres o despejando a la fuerza de una fórmula, pero sin tener idea de la relación proporcional entre fuerza y estiramiento, que es clave en el concepto de elasticidad. Es posible resolver este problema del resorte encontrando

primero la fuerza necesaria para estirarlo 1 cm, y luego presentar esta relación como 20 N/cm, la cual permite encontrar fácilmente la operación para determinar la fuerza para estirarlo 4.2 cm. Aunque al encontrar la razón 20 N/cm parece un paso extra, este valor ilustra la relación entre fuerza y estiramiento y además, revela que hay una constante de proporcionalidad cuyo valor se interpreta como una propiedad del resorte.

En el RP es básico desarrollar la noción de *razón unitaria* o de “tanto por uno”, que se refiere a interpretar a una razón como el valor de una magnitud por la unidad de otra magnitud. Es interesante encontrar que la mayoría de los estudiantes no conocen este concepto y mucho menos su utilidad para resolver problemas. Para que los estudiantes comprendan mejor su significado se recomienda mostrar ejemplos de razones unitarias que estén relacionados con su cotidianidad, por ejemplo, el precio unitario de un producto o la rapidez de internet (Figura 1).



Figura 1. El precio unitario como razón unitaria. En física, algunas razones unitarias adquieren la categoría de propiedades físicas, como la densidad o elasticidad.

Al resolver problemas con la razón unitaria, es importante no comenzar usando fórmulas, sino comprendiendo los conceptos que relacionan dos o más magnitudes físicas. Por ejemplo, la densidad es uno de estos conceptos expresados como razón unitaria y debemos hacer notar que las unidades de este concepto expresan la relación entre masa y volumen. De esta manera, cuando se dice que la densidad de la gasolina es  $0.68 \text{ g/cm}^3$ , también es necesario que los estudiantes expresen esta información como la relación unitaria entre las dos magnitudes: cada  $1 \text{ cm}^3$  de gasolina tiene una masa de 0.68 g. Estudiando así este concepto se puede formular problemas como el siguiente o incluso realizarlo experimentalmente:

*Cuando dejamos caer un tornillo de hierro en una probeta con agua, el nivel del líquido aumenta de 49 mL a 52 mL. Calcula la masa del tornillo.*

Para resolver el problema siguiendo esta didáctica, primero se repasa con los estudiantes que masa y volumen están relacionados entre sí por una constante física que para el hierro es de  $7.87 \text{ g/cm}^3$ . ¿Qué significado físico tiene este dato? Expresado como una razón unitaria significa que por cada  $1 \text{ cm}^3$  de hierro se tiene una masa de 7.87 g, lo que también destaca la importancia de las unidades, si el volumen se presenta en  $\text{m}^3$  o litros, se debe convertir a  $\text{cm}^3$ . Con esta forma verbal de expresar la densidad, a continuación se analiza la covariación de las dos magnitudes; cuando el volumen del material se duplica también se duplica su masa, si tenemos el triple de su volumen tenemos el triple de masa y así sucesivamente: por 3 mL de hierro hay una masa de 23.61 g. Este planteamiento hace que surja de manera natural la idea de hacer una multiplicación para calcular la masa, llegando a la solución sin recurrir a una fórmula ni realizar ningún despeje. Por supuesto, en el laboratorio se pueden proponer con esta metodología no solo prácticas, sino problemas que impliquen la necesidad de hacer mediciones y conseguir estas propiedades físicas que son a su vez razones unitarias. Esto reafirma un enfoque en el que la indagación y experimentación es básica para obtener conocimiento científico.

El siguiente es un ejemplo de aplicación del pensamiento proporcional en la enseñanza de la física que se recomienda realizar con los estudiantes en una clase entera:

*A las 3 p. m., un autobús sale de un punto A con destino a un punto B, situado a 500 km de distancia, con una rapidez constante de 100 km/h. Una hora más tarde, una persona en una camioneta parte del mismo punto A, siguiendo el mismo camino hasta el punto B con una rapidez constante de 140 km/h.*

- ¿Cuánto tiempo tarda el autobús en llegar al punto B?*
- ¿A qué hora la camioneta alcanza al autobús?, ¿lo alcanza antes de que el autobús llegue al punto B?*
- ¿A qué distancia del punto de inicio de su recorrido la camioneta alcanza al autobús?*

La solución a los tres incisos del problema puede llevarse a cabo desde el punto de vista de la razón unitaria. Si se interpreta el significado de la rapidez del autobús como la distancia que recorre (100 km) cada hora, entonces es sencillo pensar en la operación que responde

al inciso a). Para los incisos b) y c), si no se ha trabajado con la proporcionalidad, regularmente se resuelven planteando un sistema de ecuaciones lineales; desafortunadamente, esta álgebra es complicada de seguir por la mayoría de los estudiantes porque apenas dominan la aritmética básica. Pero si se parte de expresar la rapidez de los vehículos como razón unitaria, es posible determinar la distancia avanzada por los vehículos conforme pasan las horas. Una vez realizado lo anterior, solo observando los datos en una tabla los estudiantes pueden encontrar las respuestas a los incisos b) y c) inmediatamente. Como complemento a este problema se solicita a los estudiantes que grafiquen los datos mostrando la relación lineal entre intervalos de distancia y tiempo, la mayoría de ellos se sorprende al notar que cuando las dos líneas que representan el movimiento de cada vehículo se intersectan, ahí se tienen también las respuestas de los incisos.

La didáctica basada en el RP puede ligarse al contenido que se esté abordando en un momento particular de los cursos de física, se recomienda a los docentes utilizarla en sus estrategias didácticas de los cursos de física de nivel bachillerato y en particular se sugiere para cuando se aborden los temas como, elasticidad, hidrostática, calores latente y específico, dilatación lineal térmica, ley de Coulomb, ley de Ohm, potencia eléctrica, rapidez, aceleración uniforme y segunda ley de Newton.

En las siguientes secciones se mostrarán como ejemplos dos estrategias aplicadas en cursos de física de nivel bachillerato. En ambas actividades se busca que los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizajes propios de la asignatura, pero al mismo tiempo, se destaca cómo la proporcionalidad es una herramienta en estos procesos de enseñanza-aprendizaje.

### III. DE TACOS Y RESORTES

Como se ha comentado, la comprensión de los fenómenos físicos requiere evitar la presentación descontextualizada de los modelos matemáticos o fórmulas sin análisis previo de la relación entre variables. Para apuntalar el análisis de las relaciones de proporcionalidades, es conveniente iniciar con ejemplos de situaciones de la vida cotidiana. En este caso, para el tema de elasticidad y Ley de Hooke el análisis de la proporcionalidad entre variables se antecede por un ejercicio relacionado con la compra de tacos, situación que es conocida y común para la mayoría de los estudiantes y que representa un

ejemplo de la aplicación de habilidades matemáticas empíricas.

Se muestra una tabla cuyo encabezado de las columnas es cierta cantidad de dinero disponible y en los renglones se anota el precio de cada taco, tal como se muestra un ejemplo en la [Tabla 2](#). A continuación se solicita a cada estudiante que indique el valor de tacos que se puede comprar correspondiente a alguna de las celdas. Los valores numéricos están considerados para que las operaciones se realicen mediante cálculo mental, pero también es posible el uso de calculadora.

TABLA 2  
RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD PARA TACOS

PRECIO DEL TACO	DINERO DISPONIBLE			
	\$ 100	\$ 200	\$ 400	\$ 500
\$ 10				
\$ 20				
\$ 50				

Al concluir el llenado se establece y verbaliza la relación directamente proporcional entre el dinero disponible y el número de tacos que es posible adquirir y la relación inversamente proporcional entre el precio y el número de tacos.

Posteriormente se aborda el análisis de las cuestiones teórico-conceptuales de elasticidad y de las variables involucradas (fuerza, deformación y constante elástica). La explicación y descripción de esta última variable puede realizarse con la presentación física y manipulable de tres materiales elásticos con diferentes constantes de proporcionalidad, que pueden mostrarse como “duros” o “suaves”. En el caso de los primeros, se requiere mayor fuerza para provocar cierta deformación, mientras que en los segundos la aplicación de la fuerza es menor para provocar la misma deformación.

Lo anterior se describe a través de ejemplos numéricos que permite que los estudiantes construyan un esquema mental de la variable. Por ejemplo, para el primer material elástico es necesario aplicar 10 N de fuerza para deformar 1 cm, mientras que para el segundo solo se requieren 5 N para provocar la misma deformación. Se verbaliza que precisamente eso significa la constante elástica: la cantidad de fuerza requerida para provocar cierta deformación. Se sugiere también mencionar que este parámetro a su vez depende de ciertas característi-

cas (material del que está fabricado, longitud, temperatura, etc.).

Conformado el escenario teórico, ahora es posible realizar la transferencia del aprendizaje de las relaciones de proporcionalidad obtenida en la actividad de tacos al caso de materiales elásticos. Se propone una tabla en la cual el encabezado de las columnas corresponde a cierto valor de fuerza aplicado, mientras que en las filas se asignan diferentes valores de constantes elásticas, tal como muestra la [Tabla 3](#). El número de columnas y de filas, así como la asignación de los datos quedan a consideración del docente, considerando el contexto académico del grupo en particular y el tiempo disponible. En este caso, las unidades de deformación usadas (cm) corresponden a ejemplos de materiales elásticos, tales como ligas o resortes de ropa, que es posible usar en una sesión demostrativa.

TABLA 3  
RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD PARA MATERIALES ELÁSTICOS

CONSTANTE ELÁSTICA $K$	FUERZA EJERCIDA $F$			
	10 N	20 N	50 N	100 N
2 N/cm				
5 N/cm				
10 N/cm				

Nuevamente se solicita la participación de los estudiantes para el llenado de las diferentes celdas, con preguntas formalmente estructuradas, tal como “Si la constante del material elástico es 2 N/cm, lo que significa que es necesario aplicar 2 N de fuerza para deformar su longitud en 1 cm, lo que significa que por cada 2 N se deforma 1 cm ¿cuánto se deforma si se aplican 10 N?”. De esta manera procede de la misma manera hasta lograr la construcción de todas las celdas.

En el caso de que con alguno de los estudiantes se detecte una falta de comprensión cabal de las relaciones, se puede apoyar con la manipulación del material elástico, aplicando cada vez mayor fuerza para provocar mayor deformación. De manera simultánea se puede realizar la construcción de una que muestre valores para ese material elástico en particular.

A continuación se verbaliza la relación entre las variables del fenómeno: Entre mayor es la Fuerza  $F$ , mayor es la deformación  $x$  lo que indica una relación directamen-

te proporcional. Mientras que entre mayor es la constante elástica  $k$ , menor es la deformación, lo que significa una relación inversamente proporcional. Finalmente se enuncia formalmente este comportamiento: “la deformación que experimenta un material elástico es directamente proporcional a la fuerza ejercida  $F$  e inversamente proporcional a la constante elástica  $k$ ”.

El establecimiento del modelo matemático formal de la Ley de Hooke puede construirse conjuntamente con los estudiantes a partir del conocimiento anterior, o puede ser presentado por el docente, enfatizando la representación matemática de lo descrito.

#### IV. LAS CALORÍAS QUEMADAS

Esta estrategia didáctica se aplica cuando los estudiantes ya tienen alguna experiencia con actividades en las que se ha trabajado con el RP. El tema a estudiar es el de potencia, desde su introducción como concepto hasta su aplicación al gasto calórico; previamente se debe haber discutido el concepto de energía y su conservación. La estrategia puede aplicarse en diferentes unidades temáticas, en los cursos impartidos por los autores se ha trabajado posteriormente al tema de calor, pero también se ha utilizado en otro curso después de abordar mecánica. Toma al menos dos clases o sesiones de trabajo que pueden realizarse en un espacio de la escuela en donde se cuente con proyector y una computadora.

El gasto calórico es el eje temático de esta estrategia, un concepto utilizado en otras disciplinas como nutrición o educación física, que lo hace muy útil para proponer a los estudiantes ejercicios que tienen sentido para ellos en su cotidianidad. Por ejemplo, al final de la estrategia los estudiantes pueden calcular cuántas horas de baile necesitan para “quemar” todas las calorías contenidas en una rebanada de pizza o en un tamal. La estrategia se puede aprovechar para tener discusiones sobre nutrición, hábitos de consumo de alimentos, alimentos procesados, etiquetados, etc.

En la primera sesión de esta estrategia, se muestra la idea o concepto de contenido calórico en los alimentos, aquí necesariamente se habla de esta energía química como una forma de energía almacenada en los alimentos y que puede cuantificarse. Se repasan las unidades de energía, como la caloría y su definición, lo cual lleva a recordar al calor específico como una razón unitaria

con unidades  $\text{cal}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$  y se muestra la diferencia entre calorías con  $c$  minúscula y Caloría con  $c$  mayúscula.

En este momento se realizan ejercicios en los que los estudiantes determinan cuánto es el contenido calórico de ciertos alimentos procesados que se suele consumir. Estos cálculos no son tan inmediatos como parece, pues generalmente la información en los empaques de los productos no está presentada directamente, dado que es común encontrar el contenido calórico por porción aunque el contenido total esté en gramos.

Por ejemplo, al preguntarles, *¿cuántas calorías aportas a tu cuerpo si consumes una bolsa de galletas de cierta marca?* Para realizar este cálculo disponen de la siguiente información del producto: contenido total 147 g, contenido calórico por porción (3 galletas) 142.3 kcal o 593 kJ, cantidad de galletas: 8.

La discusión sobre el contenido de los alimentos es muy reveladora. Los estudiantes se sorprenden al conocer la cantidad de calorías que hay en una bolsa de papas o en un refresco pequeño y se inicia la toma de conciencia sobre la necesidad de revisar esta información de un producto o alimento. Como comparación, y para futuros ejercicios, es útil mostrarles datos sobre el contenido calórico de algunos alimentos comunes en una dieta mexicana. En la Figura 2 se muestra ejemplos de estos datos [14] que también son útiles para iniciar con los estudiantes una discusión sobre el valor nutricional de los platillos mexicanos en comparación con los alimentos procesados.



Figura 2. Energía en calorías para platillos mexicanos típicos.

En la misma primera sesión se aborda el tema del gasto calórico o gasto energético en los seres humanos y en cómo se emplea la energía obtenida de los alimentos. También aquí es muy importante mencionar que el

cuerpo humano usa de diferentes maneras el contenido calórico de los alimentos, en particular para el metabolismo basal y que los estudiantes conozcan que aun cuando no hay movimiento, el cuerpo realiza funciones que requieren energía cada cierto tiempo.

Del tema del metabolismo basal se puede continuar inmediatamente al consumo energético cuando se realiza una actividad física. En este punto los estudiantes comienzan a notar la relación entre la energía para una actividad física y el tiempo transcurrido. Se recomienda reforzar esta idea con el uso de la simulación PhET Formas y Cambios de Energía [15], la cual ilustra las diferentes transformaciones de energía que ocurren al realizar una actividad física. Esta simulación es muy recomendable para extender esta discusión a concepciones previas sobre energía, especialmente cuando se trata de temas de nutrición, se puede analizar si algunos dichos o comentarios de uso común tienen sentido desde el punto de vista científico, por ejemplo, cuando alguien dice que está “quemando” calorías, es común que la gente piense que de alguna forma se calienta la grasa y así desaparece, pero con una simulación como en la figura **Figura 3** es posible enseñar a los estudiantes que al “quemar calorías” lo que realmente ocurre es una transformación de la energía.



Figura 3. ¿Qué ocurre cuando “quemamos” calorías? Uso de la simulación, Transformación de la Energía [15].

Este es el momento de mostrar a los estudiantes que la energía ocupada en una actividad física depende del tiempo transcurrido y por eso es posible considerar al gasto energético (GE) de una persona como un ejemplo más del concepto de potencia. Aunque el gasto energético diario para cada persona se puede determinar con calculadoras en internet, para esta actividad es muy importante resaltar a los estudiantes que la energía gastada depende del tipo de actividad física realizada y del

tiempo ocupado, por eso se puede escribir al gasto energético por actividad (*GEA*) como sigue:

$$GEA = \frac{\text{energía transformada}}{\text{intervalo de tiempo}} \quad (1)$$

Pero el GE no solo representa una potencia, sino también una razón de cambio unitaria. Generalmente se encuentra información sobre el gasto energético expresado como las calorías gastadas cada cierto tiempo. Es valioso percatarse que esto es una potencia en la cual siempre es posible reescribir esta información como una razón unitaria que facilita resolver problemas. Por ejemplo, es común encontrar datos de este tipo: al correr, una mujer de 55 kg y un hombre de 70 kg gastan 606 kcal y 702 kcal respectivamente. Si se desea responder a la pregunta, ¿cuántas kcal gasta el profesor de 70 kg si corre durante 81 minutos? Este tipo de problemas es difícil de responder para la mayoría de los estudiantes porque no hay fórmulas para resolverlo. Pero si ya han trabajado el pensamiento proporcional y abordado ejemplos de razones unitarias, para ellos es fácil darse cuenta que la información anterior se puede reescribir como una razón unitaria de la forma siguiente:

$$\frac{702 \text{ kcal}}{60 \text{ min}} = \frac{12.87 \text{ kcal}}{1 \text{ min}} = 12.87 \frac{\text{kcal}}{\text{min}} \quad (2)$$

Una vez que se tiene la misma información expresada como una razón unitaria es inmediato para los estudiantes proponer las operaciones necesarias para resolver el problema planteado o algunos otros, por ejemplo: ¿Cuánto tiempo debe correr una mujer de 55 kg para quemar las calorías de una rebanada de pizza de 437 kcal?

El último paso en la ecuación (2) parece obvio pero es importante realizarlo porque se ha encontrado que muchos estudiantes desconocen que una fracción de la forma 12.87 kcal/1 min también se puede expresar como 12.87 kcal/min.

En la segunda sesión de esta estrategia se profundiza en la información encontrada de *GEA* al analizar que estos datos son presentados para personas con una masa particular. Pero todas las personas tienen diferente masa y, por lo tanto, el gasto energético para dos personas distintas puede ser diferente aunque realicen la misma actividad física durante el mismo tiempo.

Para repasar la metodología propuesta es posible iniciar esta segunda sesión resolviendo un ejercicio como los de la primera sesión pero inmediatamente se hace notar a los estudiantes que el GEA es diferente para cada uno de ellos y que lo van a calcular en la clase. Esta parte de la estrategia es trascendente para los estudiantes porque observan cómo los temas de física se aplican directamente en ellos.

Se propone a los estudiantes problemas más complejos del tipo siguiente: *¿Cuántas calorías “quemamos” si juegas 45 minutos de fútbol?* Este problema es interesante pues depende de la masa de cada estudiante, por lo que dos estudiantes pueden no tener la misma respuesta.

Para resolver estos problemas más elaborados sobre gasto energético sin que se presenten fórmulas, se usa otra vez el RP y la razón unitaria. Es satisfactorio observar que los estudiantes encuentran la operación adecuada para resolver los problemas analizando los datos publicados en diversas fuentes de difusión científica. Los estudiantes resuelven los dos problemas anteriores consultando un artículo en una publicación que se les proporciona [16] y extrayendo datos presentados como en la [Tabla 4](#).

TABLA 4  
GASTO ENERGÉTICO POR ACTIVIDAD FÍSICA POR kg

ACTIVIDAD FÍSICA	kcal/(kg min)
Dormir	0.017
Ducharse	0.029
Caminar lento	0.051
Bailar intenso	0.101
Jugar fútbol	0.137

Esta información está expresada como una doble razón unitaria pues su unidad en el denominador tiene kg y min, lo cual puede ser difícil de interpretar por los estudiantes, pero en este caso, ya han conocido por lo menos otro ejemplo de razón unitaria doble, el calor específico, que tiene unidades del tipo kcal/(kg °C), esto facilita la comprensión y uso de estos datos.

Como ya se explicó en la sección II, es necesario que los estudiantes incorporen estos conceptos expresándolos verbalmente o de manera escrita, por ejemplo, ¿qué significa 0.101 kcal/(kg min)? y para responderlo a los grupos se les solicita que completen la siguiente frase: *Por cada 1 \_\_\_\_ de una persona, al bailar intensamen-*

*te gasta \_\_\_\_ kcal de energía cada 1 \_\_\_\_.* Este simple ejercicio desarrolla la habilidad de identificar la dependencia proporcional que hay entre las variables involucradas, en este caso la relación proporcional entre la energía con la masa y el tiempo.

Para responder la pregunta: *¿cuántas calorías “quemamos” si juegas 45 minutos de fútbol?*, los estudiantes revisan el dato correspondiente en la [Tabla 4](#) y, como esta pregunta es personal, cada estudiante se pregunta a sí mismo *¿cuántas calorías gasto cada minuto al jugar fútbol?* Si la masa de la estudiante es 60 kg con la idea de la razón unitaria, es fácil para ellos encontrar que  $60 \text{ kg} \times 0.137 \text{ kcal}/(\text{kg min}) = 8.22 \text{ kcal/min}$  es una primera respuesta que les ayudará a resolver el problema completo. Finalmente, es fácil darse cuenta que para responder la pregunta original basta con realizar la operación  $45 \text{ min} \times 8.22 \text{ kcal/min} = 369.9 \text{ kcal}$ .

En esta segunda y última parte de la estrategia se proponen más problemas a los estudiantes en los que partiendo de los datos de GEA puedan encontrar las soluciones sin recurrir a una fórmula o calculadora por internet. Se pueden plantear preguntas directas en las que la respuesta depende del estudiante: *¿cuánto tiempo necesitas de baile intenso para gastar las 240 kcal de un plato mediano de pozole? o si realizas una hora de caminata lenta y juegas un partido de fútbol, ¿podrás gastar las 273 kcal de dos tacos al pastor?*

Esta estrategia tiene la característica de que en cualquier momento se puede hablar con los estudiantes de temas de vida saludable, nutrición y funcionamiento del cuerpo humano. Además, promueve el pensamiento crítico de los estudiantes al dar elementos para debatir sobre la alimentación y para comparar los alimentos procesados con una dieta mexicana que puede ser más saludable.

## V. CONCLUSIONES

Las relaciones de proporcionalidad son un elemento importante que ofrece un andamiaje para favorecer una mejor comprensión de los conceptos físicos al entender cuáles son las variables intervinientes en un fenómeno físico y cómo se relacionan matemáticamente entre sí. Lo anterior permite que los estudiantes posean los elementos necesarios para la resolución de problemas de índole numérica sin necesidad del empleo irreflexivo de una fórmula y, en el caso de emplearla, subyace la comprensión cabal de la estructura de ella.

A pesar de la relevancia mencionada del razonamiento proporcional, es frecuente que los estudiantes carezcan de esta habilidad, por lo que es importante diseñar, estructurar y elaborar secuencias didácticas con ejes temáticos definidos que integren este recurso. Las secuencias aquí presentadas son ejemplos que dan cuenta de dos conceptos físicos diferentes, además de que el empleo de las relaciones de proporcionalidad difiere en el dominio usado y en la profundidad alcanzada. De esta manera, se muestra que las oportunidades de integrar este recurso son muy amplias y pueden integrarse en los variados contenidos de los cursos de física.

La experiencia profesional y el conocimiento del contexto en el que se ejerce la práctica educativa permitirá que cada docente pueda diseñar las secuencias didácticas que incluyan razonamiento proporcional más convenientes a los temas elegidos, dado que el uso recurrente estrategias como las mostradas, permitirá a los estudiantes que vayan desarrollando más el pensamiento matemático y la habilidad de resolver problemas no solo en el ámbito de esta disciplina, sino también aplicable a otras áreas del conocimiento y a su vida cotidiana.

## REFERENCIAS

- [1] U. Solís, “Razonamiento Proporcional en la enseñanza de la física en nivel bachillerato”, *Lat. Am. J. Phys. Educ.*, vol. 16, n.º 1, pp. 1306-1-1306-8, mar. 2022.
- [2] PISA, “Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). PISA 2018 - Resultados”, Programme for International Student Assessment, vols. I-III, 2019. [En línea]. Disponible en: [https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/about/programmes/edu/pisa/publications/national-reports/pisa-2018/featured-country-specific-overviews/PISA2018\\_CN\\_MEX\\_Spanish.pdf](https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/about/programmes/edu/pisa/publications/national-reports/pisa-2018/featured-country-specific-overviews/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf)
- [3] P. Hewitt, *Física Conceptual*, 10.<sup>a</sup> ed., México: Pearson Education, 2007.
- [4] H. Pérez Montiel, *Física General*, 5.<sup>a</sup> ed., México: Editorial Patria, 2015.
- [5] P. E. Tippens, *Física, Conceptos y Aplicaciones*, 7.<sup>a</sup> ed., México: McGraw Hill, 2011.
- [6] J. Guzmán y C. H. Juárez Martínez, *Física 1*, libro no publicado.
- [7] S. Mochón, “Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres”, *Educación Matemática*, vol. 24, n.º 1, abr. 2012.
- [8] G. Obando, C. E. Vasco y L. C. Arboleda, “Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte”, *RLIME*, vol. 17, n.º 1, pp. 59-81, 2014, doi: [10.12802/relime.13.1713](https://doi.org/10.12802/relime.13.1713).
- [9] C. J. Aroza, J. D. Godino y P. Beltrán-Pellicer, “Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad”, *AIRES*, vol. 6, n.º 6 (1), 2016.
- [10] S. Palmas, *La Proporcionalidad: dos Maneras de Enseñar y Aprender las Matemáticas*, Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2016.
- [11] A. M. Oller, “Proporcionalidad aritmética: una propuesta didáctica para alumnos de secundaria”, tesis doctoral, Depto. de Didáctica de las CCSS y de las CCEE, Universidad de Valladolid, 2012.
- [12] D. Block, T. Mendoza y M. Ramírez, *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*, México: CINVESTAV, 2010.
- [13] S. Martínez-Juste, A. M. Oller-Marcén, J. M. Muñoz-Escolano y P. Beltrán-Pellicer, “Sobre la regla de tres y la proporcionalidad aritmética”, *La Gaceta de la RSME*, Vol. 25, n.º 2, pp. 353-371, 2022.
- [14] Secretaría de Salud. *Guía de alimentos para la población mexicana*, México, 2010. [En línea]. Accedido: mar. 10, 2022. Disponible en: <https://www.imss.gob.mx/sites/all/statics/salud/guia-alimentos.pdf>
- [15] Universidad de Colorado, “Formas y Cambios de Energía”. PhET.colorado.edu. Accedido: jul. 27, 2024. [En línea]. Disponible en: <https://phet.colorado.edu/es/simulations/energy-forms-and-changes>
- [16] Carmen Sánchez Mora. “Las dietas, mitos y realidades”. ¿Cómo ves? DGDC-UNAM”. ¿cómoves? Accedido: jul. 27, 2024. Disponible en: <https://www.comoves.unam.mx/numeros/articulo/18/las-dietas-mitos-y-realidades>