

Control estadístico multivariante de proceso aplicado en la industria

Omar Juventino Argumedo, Rey David Molina Arredondo , Erwin A. Martínez Gómez y Jesús A. Hernández Gómez

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

Correo: A1151518@alumnos.uacj.mx

Resumen:

En la actualidad gracias a la tecnología se puede implementar en los procesos de producción un análisis multivariante. Los gráficos multivariantes nos ayudaran a tener un proceso robusto y eliminar todo tipo de desperdicio; en el siguiente artículo se verá cómo se realiza el monitoreo de más de dos variables que es lo que nos ofrece el estadístico T^2 de Hotelling respecto a los gráficos univariantes para identificar variables fuera de especificación; así como también se presenta una simulación de futuras corridas donde se puede observar que al modificar o aumentar la muestra es mucho más fácil detectar puntos fuera de control.

Palabras Clave: Correlación estadística, Gráficos multivariantes, Límites Bonferroni

1. INTRODUCCIÓN

Debido a las actuales tendencias de la economía, las organizaciones han orientado sus estrategias hacia el mejoramiento de la calidad y a la reducción de los costos de fabricación (Norte et al., 2006; Manuel, 2003; Gutierrez Humberto, 2008); esta tendencia ha llevado al enfoque en la producción y el uso de sistemas de control de calidad, que además de proporcionar flexibilidad al proceso permitan disminuir costos que garanticen la reducción de falsas alarmas

por cambios en el proceso y la disminución de unidades defectuosas, lo que permite aumentar la calidad en el producto final y la satisfacción del cliente. Para alcanzar este objetivo y obtener una ventaja competitiva, se requiere la aplicación de diversas herramientas como el control estadístico de proceso. El control estadístico de calidad de productos y servicios tiene como objetivo reducir su variabilidad e idealmente eliminar sus defectos. Como un ideal se busca que todas las unidades fabricadas sean idénticas y perfectas. En la práctica real se consigue reducir los desperdicios, minimizar los reprocesamientos y mejorar la opinión del cliente, tratando de hacer las cosas bien a la primera vez (Diana, 2009; Alonso, 2011) y este puede aplicarse a cualquier proceso (Gustavo, 1986). El control estadístico tiene siete herramientas principales (Bartés, Llabrés, & Cintas, n.d.) (“Kaoru Ishikawa ¿Que Es El Control Total de Calidad 2003.pdf,” n.d.) (Humberto, 2010): Diagrama de Ishikawa, Hoja de Verificación, Histograma, Diagrama de Pareto, Diagrama de Dispersión, Muestreo Estratificado, Gráficos de control.

Los gráficos utilizados para llevar a cabo el control estadístico del proceso se conocen como cartas o gráficas de control (Elena, 2012; Valencia, 2014; Bartés et al., n.d.). Estas permiten observar los resultados obtenidos periódicamente de una forma didáctica, indicando si las variaciones que se presentan en un proceso están por fuera de lo normal.

En la actualidad existe el control estadístico univariable (Ochoa & Tamayo, 2014), también conocido como control estadístico tradicional, en los cuales se monitorea una variable a la vez a través de gráficos de control; sin embargo, debido al aumento de características o variables a medir, se ha transitado hacia el control estadístico de procesos multivariante.

Cuando un proceso envuelve más de una variable, existen dos formas de gráficas de control que pueden ser seleccionadas, una gráfica de control multivariante o un set de gráficos univariados (Ochoa & Tamayo, 2014; Christian, 2005). La técnica estadística de gráficas de control univariadas fue la más utilizada a pesar de que los procesos y productos que se analizaban poseían en su gran mayoría dos o más características de calidad (Herrera & Fontalvo, 2006). Con el tiempo se dio la necesidad de aplicar herramientas estadísticas multivariadas para controlar en forma simultánea dos o más variables. Sin embargo, las técnicas multivariadas de control son técnicas muy complejas de utilizar, por los conceptos matemáticos que se manejan.

Esta dificultad es superada actualmente con el avance de los programas o softwares especializados en control estadístico de procesos, lo que originó un interés de las técnicas de control multivariado.

En el presente artículo se analizan 6 variables de un vaso térmico para observar el comportamiento apoyado en gráficos de control tanto individual como múltiple utilizando los gráficos multivariantes T2 de Hotelling.

GRÁFICOS DE CONTROL

Un gráfico de control representa la evolución en el tiempo de una característica de calidad medida a partir de una muestra (Castro, 2005). En términos generales, es una representación gráfica en los ejes cartesianos, donde en el eje horizontal se indica el número de la muestra o el tiempo en que se obtiene, y en el eje vertical se indican los valores observados en las muestras. Se representan tres líneas horizontales:

- Una línea central (LC), que es la norma de calidad prescrita para el proceso.
- Dos líneas horizontales llamadas límite inferior de control (LIC) y límite superior de control (LSC) que se sitúan por debajo y por encima de la LC.

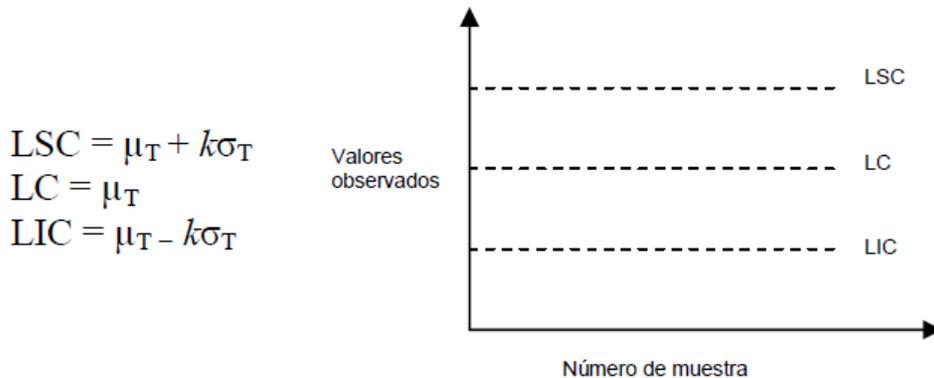
Estos dos límites constituyen los criterios de decisión para el funcionamiento del proceso, es decir, cuando los puntos correspondientes a las observaciones están dentro de estas líneas se dice que el proceso está bajo control, sin embargo, cuando un punto cae fuera de dichos límites se interpreta como una evidencia de que el proceso está fuera de control. En definitiva, un gráfico de control se puede plantear como un contraste de hipótesis en el sentido siguiente:

H0: El proceso se encuentra bajo control estadístico.

H1: El proceso se encuentra fuera de control estadístico.

La hipótesis nula se puede referir a la media del proceso a la dispersión del mismo, o bien a la proporción de unidades defectuosas que origina dicho proceso. Según Shewhart, la

forma genérica de un gráfico de control, desde un punto de vista analítico y desde un punto de vista gráfico, es el siguiente:



En la expresión anterior:

T es el estadístico muestral que mide la característica de calidad en estudio (T es el estimador del parámetro del proceso que se desea estimar y controlar).

μ_T es la media del estimador.

σ_T es la desviación típica del estimador.

K es una constante que indica la distancia de los límites de control a la línea central expresada en unidades de desviación típica.

GRÁFICOS DE CONTROL UNIVARIADO.

Es un diagrama que presenta el comportamiento y a su vez se realiza el seguimiento de una característica de calidad en el tiempo. Detectando la existencia o no de inestabilidad en el proceso, si esto ocurre se conoce como causa asignable (en estadística involucra la variabilidad ajena a la información del proceso) (Herrera & Fontalvo, 2006). La característica de calidad es evaluada mediante el estadístico de las muestras o subgrupos que se toman del proceso. Entre los estadísticos más utilizados tenemos el promedio \bar{x} , el rango R, la varianza s^2 , la proporción p , El número de no conformidades en el subgrupo u. Los tres primeros son aplicados a en las Gráficas de Control por Variable y las dos últimas por las gráficas de control por atributos. El supuesto de normalidad e independencia se deben cumplir para la elaboración de estas gráficas de control (Flores & Coru, 2013; John, 1992).

CONTROL UNIVARIADO POR VARIABLES

Esta gráfica es propuesta por Walter Shewhart es una de las herramientas más utilizadas en el SPC, permite monitorear y controlar el promedio de un proceso es conocido como gráfico \bar{X} , es una carta que se aplica para controlar y mejorar la calidad media a través del valor promedio \bar{X} , calculado en cada subgrupo o muestra, es presentada simultáneamente con el gráfico R que permite controlar y mejorar la dispersión o variabilidad (Diharce, Noriega, & Tel, 2010). Pero como la variación es inherente en cada subgrupo los promedios y los rangos varían en cada subgrupo permitiendo así dos tipos de errores:

- Error tipo I: ocurre cuando al tomar una muestra conduzca a tomar una acción, cuando en realidad no ha habido cambio alguno en el proceso.
- Error tipo II: sucede cuando al tomar una muestra la gráfica muestre un proceso bajo control cuando en la realidad haya ocurrido un cambio en el proceso.

Para que un proceso de producción sea estable, ambas estadísticas, tanto el promedio como la dispersión deben estar en estado de control. Por tal motivo, para efectos prácticos, las cartas \bar{X} y R se dibujan en la misma hoja de papel. Esta etapa del proceso se conoce como FASE I.

La siguiente lista muestra la secuencia de actividades generales que se sigue en la elaboración de cartas de control \bar{X} y R :

1. Establecimiento de objetivos.
2. Selección de las variables a controlar: la variable o variables a controlar deben ser magnitudes susceptibles de medirse.
3. Elección del criterio de formación de subgrupos.
4. Elección de tamaño y frecuencia de los subgrupos.
5. Determinación del método de medición.
6. Obtención de las mediciones y registro de ellos.
7. Cálculo de la media, \bar{X} de cada subgrupo.
8. Cálculo de la amplitud R , de cada subgrupo: la amplitud de cada subgrupo se calcula restando el

valor de la medición más baja de la más alta.

9. Cálculo del rango promedio \bar{R} .

GRÁFICO DE CONTROL MULTIVARIANTES.

Durante la Segunda Guerra Mundial la técnica estadística de gráficas de control univariadas fue la más utilizada a pesar de que los procesos y productos que se analizaban poseían en su gran mayoría dos o más características de calidad (Luis, 2010). Con el tiempo se dio la necesidad de aplicar herramientas estadísticas multivariadas para controlar en forma simultánea dos o más variables (Herrera & Fontalvo, 2006; Miguel, 2010; Marta, 2016). Sin embargo, las técnicas multivariadas de control son técnicas muy complejas de utilizar, por los conceptos matemáticos que se manejan. Esta dificultad es superada posteriormente con el avance de los programas o software especializados en control estadístico de procesos, lo que originó un interés de las técnicas de control multivariado. El número de características de calidad en una Gráfico de Control Multivariado a es representada por p . El principal objetivo en este tipo de carta es determinar bajo un contraste de hipótesis si las p variables se encuentran bajo control estadístico. Para resolver este problema se propusieron dos métodos (Huertas & Mellado, 2005; Omar, 2012).

1) Realizar una carta de control a cada una de las p variables y rechazar la hipótesis cuando cualquiera de estas variables indiquen una señal fuera de control, obteniendo de esta forma un error tipo I $(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^p$, 2) Rechazar la hipótesis cuando todas las cartas indiquen que la variable a controlar posea una señal fuera de control, en este caso la probabilidad de error tipo I es de alfa α . Sin embargo, ninguna de estas propuestas explica el grado de correlación que pueda tener las variables, que en muchas ocasiones existe (Chen, Verwater-lukszo, Molin, & Bucchianico, 2005). Se Considera el caso en que se controlan dos características de calidad, que se distribuyen en forma de normal bivariada. Posteriormente se selecciona una muestra de n observaciones para cada una de las características de calidad y se evalúa con un estadístico cualquiera (Scholz & Tosch, 1993).

El método a considerar es la construcción separada de dos cartas superpuestas para cada una de las variables. Si el estadístico del subgrupo, en este caso la media, queda dentro de la región rectangular se considera el proceso bajo control estadístico. Sin embargo, la región realmente es de naturaleza elíptica, lo que implica que al tomar como referencia la región rectangular posibilita la aparición de errores que conlleve a conclusiones lejanas de la realidad del proceso.

TEOREMA 1

Sea \mathbf{X} un vector columna aleatorio de p dimensiones que tiene una distribución normal multivariada con parámetros μ y Σ . Entonces la variable aleatoria

$T^2 = (\mathbf{X} - \mu)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X} - \mu)$ tiene una distribución χ^2 con p grados de libertad.

TEOREMA 2

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)'$ un vector columna con distribución normal multivariada y

Parámetros μ y Σ . Suponer una muestra aleatoria de tamaño n con el vector columna

$\mathbf{X} = ()' X_1, X_2, \dots, X_p$, donde X_i es el promedio muestral de X_i . Entonces \mathbf{X} tiene una distribución normal multivariada con vector de medias μ y matriz de covarianzas Σ/n .

CORRELACIÓN ESTADÍSTICA.

La correlación estadística puede estudiar y establecer las relaciones entre las variables, para predecir el comportamiento de una variable en función de su comportamiento (Sampaio, 2015; L., 2008; Alejandro, 2002). Es decir, determina la relación o dependencia que existe entre las dos variables que intervienen en una distribución bidimensional (Antunes, 2012; Antonio, 1996). Estableciendo que los cambios de una de las variables influyen en los cambios de la otra. En caso de que suceda, diremos que las variables están correlacionadas o que hay correlación entre ellas.

2. MÉTODO

El método en el que se basará este estudio es el propuesto por Ochoa y Tamayo (2014), para el cual, dependiendo de la naturaleza del proceso, se aplican diferentes técnicas de Control estadístico multivariante a fin de obtener el mejoramiento de la calidad que tenga un impacto en el factor económico. Estas técnicas se aplican a través de dos pasos.

1) Investigar el sistema del proceso por medio de la creación de un comité de calidad formado por los responsables del proceso el cual identifica la situación problemática mediante sesiones de lluvias de ideas, y da respuesta a la pregunta, ¿Dónde aplicar el procedimiento de control en el proceso, dado que existen muchas variables?

2) Recolectar y evaluar el conjunto de datos preliminares esta fase consiste en la verificación de la calidad de los datos, examinando los errores de los datos tanto humanos como electrónicos se analizan aquellos problemas que pueden afectar el uso y desempeño del estadístico T^2 , en contraste con los problemas de la recolección de datos estudiados en el paso 2 (Jackson, 1991 citado por Ochoa y Tamayo, 2014). El estadístico T^2 para una observación ($n = 1$) sobre p variables se expresa como:

$$T^2 = [X - \bar{X}]S^{-1} (X - \bar{X})$$

Equation 1 T2 de hoteling (1)

Donde $X = (X_1, X_2, X_p)$ donde el vector de medias muestrales;

(\bar{X}) representa una medida del centro del proceso.

La matriz de varianzas-covarianzas S proporciona información sobre las variables individuales y sobre la correlación entre los componentes de la vector observación.

El uso del estadístico T^2 en el control estadístico requiere el cumplimiento de ciertos supuestos entre las variables, como son:

a) Ausencia de colinealidad, o redundancias exactas entre las variables del proceso, lo que puede ocurrir cuando dos variables están perfectamente (o casi perfectamente) correlacionadas. Esta anomalía puede resolverse eliminando alguna de las variables del estudio.

b) Independencia entre las observaciones, pueden surgir dependencias de tipo temporal entre las observaciones, lo que genera problemas de auto correlación. Es importante señalar que la detección de auto correlación no prohíbe el uso del procedimiento T^2 , simplemente hay que ajustar los datos ante la presencia de este tipo de dependencia (Mason, Tracy, & Young, 1997).

El proceso de depuración consiste en calcular el valor T^2 para cada observación y compararlo con un valor de la distancia crítica, denominado el límite de control superior (LCS) (Adan, 1999). Se eliminan las observaciones con un $T^2 > LCS$, después de investigar las causas; en caso contrario, dichas observaciones se retienen. El proceso continúa hasta obtener un conjunto de datos homogéneos, con los que se estiman \bar{X} y S , para construir el estadístico de control T^2 y así monitorear futuras observaciones (Fermín, Valdiviezo, Orlandoni, & Berreto, 2009).

Para la implementación de control estadístico de proceso multivariante se puede realizar por medio de dos fases distintas en la utilización de graficas de control (Alt, 1985).

La Fase I se dirige a la estimación de los parámetros del proceso y está conformada por dos Etapas

Etapas 1: consiste en un examen retrospectivo de la conducta de los subgrupos previamente definidos.

Etapas 2: Es el examen prospectivo de futuros subgrupos, utiliza los valores especificados para los parámetros del proceso.

El objetivo de la Fase I es determinar si el proceso está en control estadístico mediante el uso de graficas de control y estimar los parámetros en control del proceso.

De esta manera se inicia con el análisis de 6 variables.

1) Se identifican y seleccionan 6 variables a medir de un vaso térmico.

Ilustración 1. Muestras de las 6 variables.

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	48.37	47.88	48.24	47.62	47.92	47.94	48.14	47.52	48.08	47.84
B	94.01	94.06	93.82	94.18	93.95	94.30	94.11	93.64	93.47	93.64
C	80.75	80.85	80.38	80.71	80.81	81.10	81.18	79.77	80.56	81.35
D	2.92	2.99	2.86	3.28	2.89	3.24	3.10	3.15	2.99	3.06
E	74.85	74.98	74.39	75.09	75.40	75.12	75.57	73.81	75.19	75.35
F	1.6445	1.6361	1.6775	1.5773	1.6026	1.5788	1.7003	1.5660	1.6523	1.6892

2) Se analiza la correlación entre dichas variables.

Ilustración 2. Matrices de correlación.

correlacion					
1	0.31	0.41	-0.04	-0.09	0.39
0.31	1	0.23864	0.055229	-0.05459	0.371413
0.41	0.23864	1	0.058977	0.08359	0.093345
-0.04	0.055229	0.058977	1	-0.1049	0.115625
-0.09	-0.05459	0.08359	-0.1049	1	-0.22413
-0.05	0.08359	-0.1049	0.115625	-0.22413	1

3) Prueba de normalidad de los datos analizados.

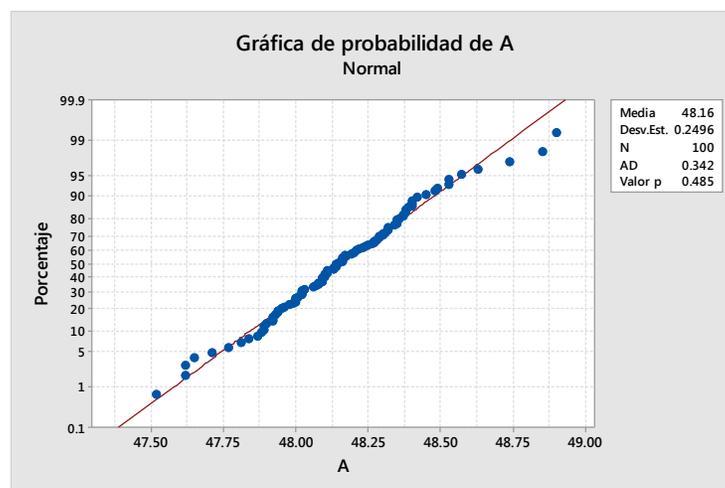


Figura 1. Prueba de normalidad

4) Gráficos X-R de las muestras obtenidas en donde se observa estar dentro de control.

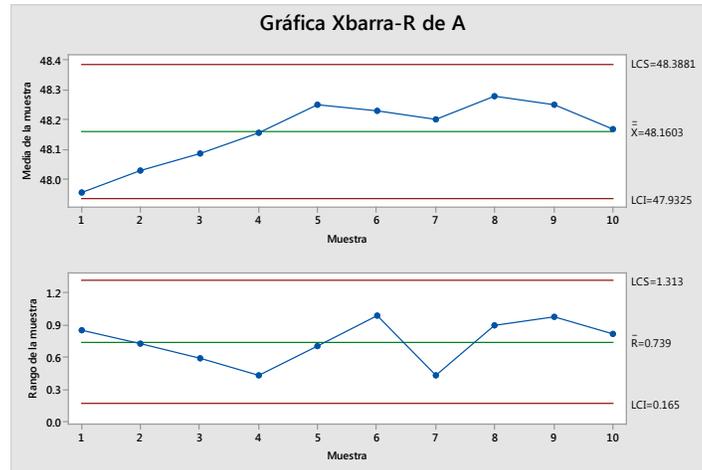


Figure 2. Grafico X-R 1 de las 6 variables.

5) Gráficos multivariable T2 de Hoteling observemos las seis variables en conjunto se puede observar que la variable A en el grafico univariable supone estar dentro de control pero al hacer el análisis multivariado observamos que se encuentra fuera de los límites de control.

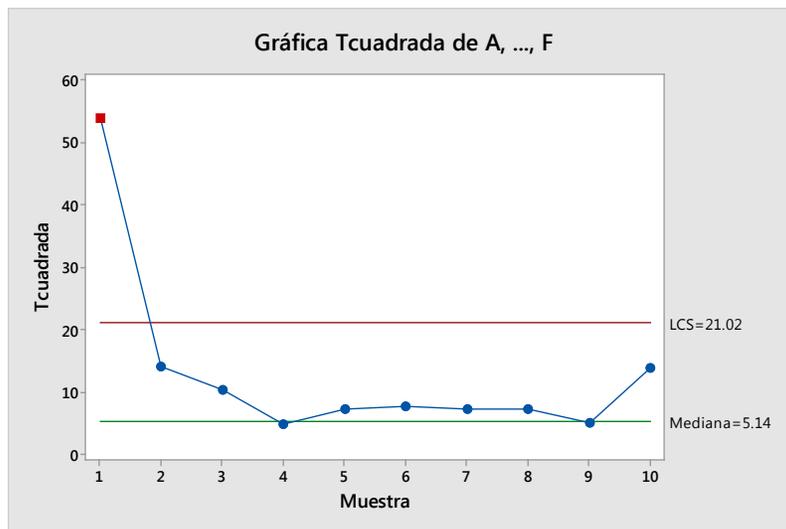


Figura 3. Grafico Multivariable

Se observar que existe una muestra fuera de control, en consecuencia habrá que buscar si existe alguna causa asignable investigando qué variable origina dicha situación. Uno de los procedimientos para averiguarlo es analizar cada variable individualmente.

Para tratar de detectar la variable que está fuera de control obtendremos los intervalos de Bonferroni con un nivel de confianza de $1 - \alpha = 0.99$ y $p = 6$.

Asimismo, la variable A es un valor fuera de los límites de Bonferroni, de donde se infiere que esta variable si está fuera de control y esto lo debe considerar el ingeniero al tratar de identificar la causa del problema.

Ilustración 3 Límites Bonferroni.

Límites bonferroni						
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
(-/+)	0.114312237	0.293231179	0.344718149	0.105886	0.351329	0.042725

muestra1	
A	-0.2053
B	-0.21818
C	-0.185511111
D	-0.0981
E	0.30636
F	-0.037543

En la Fase II, las gráficas se usan para probar si el proceso permanece bajo control cuando se extraen futuras muestras, para evaluar el diseño de las gráficas control multivariante de diferentes tamaños de muestra y longitudes promedio de corrida por sus siglas en inglés (PLC) se simularon 1000 realizaciones en las cuales las 300 primeras muestras tenían una media dentro de control de la 301 a 400 había un cambio de media de 2σ

Lo que hace en la fase II es aplicar la carta T^2 a muestras futuras, es decir a muestras que no intervinieron en la fase I. Sea p el número de variables monitoreadas, k el número de muestras en la fase I, n el tamaño de cada muestra y a el número de muestras eliminadas en la fase I. Sea \bar{X} y S_p la estimación de μ y Σ respectivamente, obtenidas en la fase I. Entonces el estadístico T^2 de la fase II se define como:

$$T^2 = n \left(\bar{X}_{futura} - \bar{X}^* \right)' \left(S_p^* \right)^{-1} \left(\bar{X}_{futura} - \bar{X}^* \right)$$

Equation T2 de hoteling fase II (2)

Y el límite superior es:

$$LCS = \left[\frac{p(k-a+1)(n-1)}{(k-a)n-k+a-p+1} \right] F_{\alpha, p, (k-a)n-k+a-p+1}$$

Equation Limite de control superior (3)

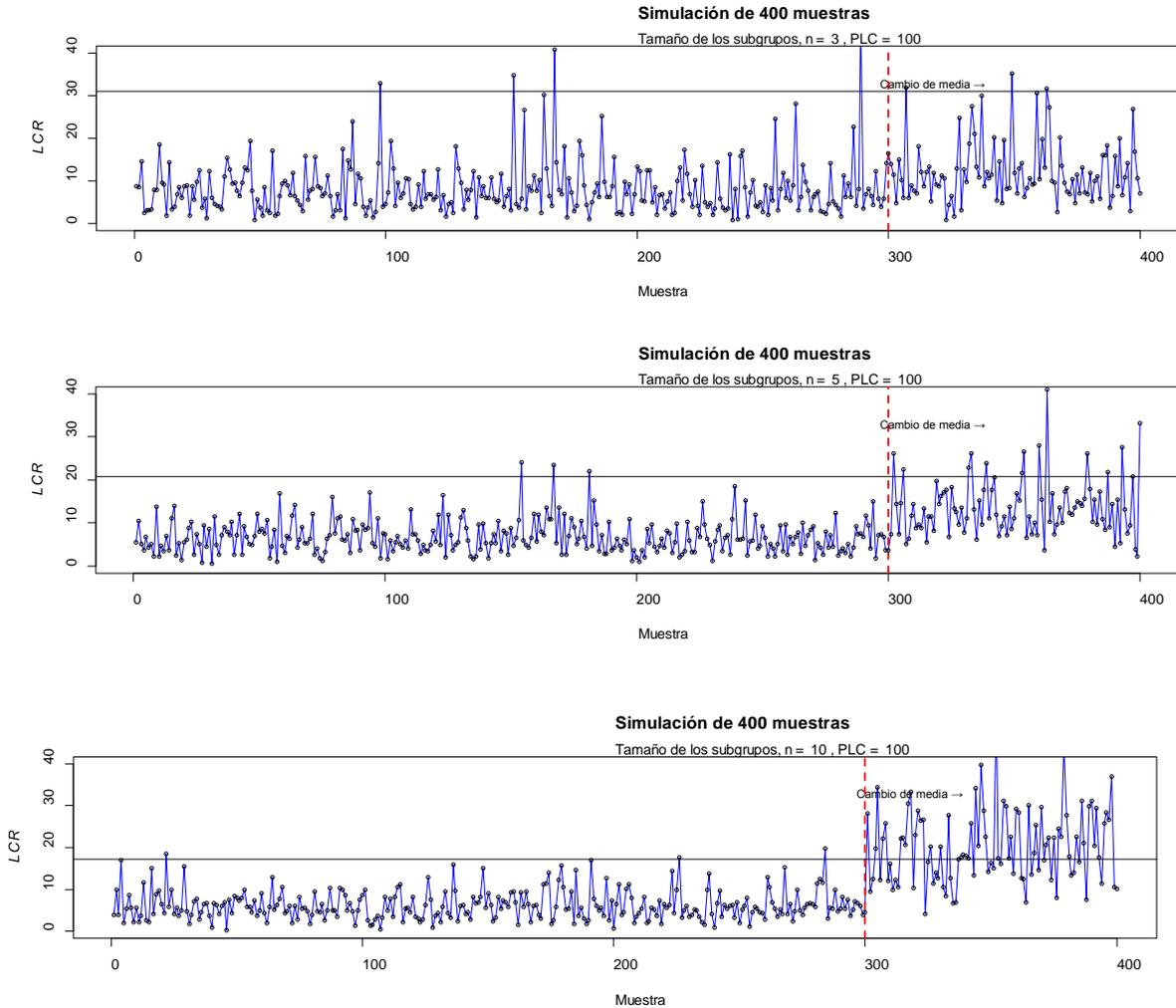
Dónde $PLC = 1/\alpha$ es el PLC bajo control. Observe que el LCS es diferente del que se usa en la fase I.

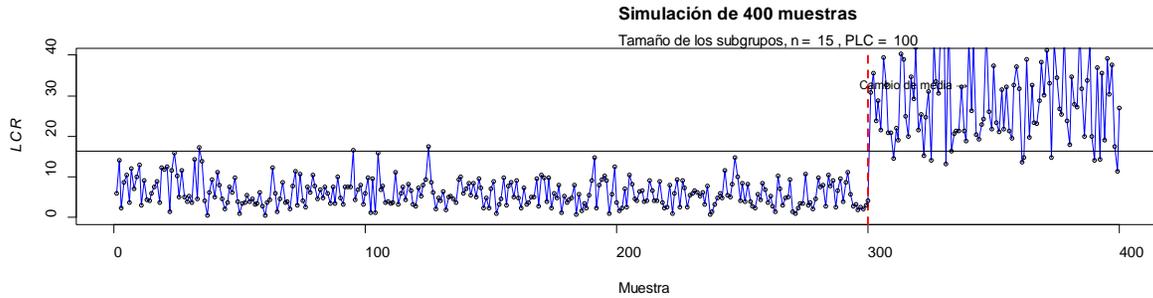
Ilustración 4. Simulación de corridas con diferentes

PLC	n	A	B	C	D
100	3	3.07	12.45	8.03	16.89
200		1.50	7.49	12.58	18.64
300		0.97	6.39	15.65	19.65
100	5	2.97	26.18	3.81	16.84
200		1.46	19.22	5.20	18.58
300		1.04	15.95	6.27	19.59
100	10	2.94	64.31	1.55	16.81
200		1.52	55.86	1.79	18.55
300		1.00	51.08	1.96	19.55
100	15	3.05	88.02	1.13	16.80
200		1.49	82.90	1.20	18.54
300		1.05	79.48	1.26	19.55

- A** Falsas alarmas
- B** Puntos fuera de control cuando cambia la media
- C** Corridas promedio antes de detectar fuera de control
- D** LCR

PLC





3. Conclusiones y Recomendaciones.

Se observó en este artículo que al utilizar gráficos multivariante se tiene un proceso más robusto ya que se identifican más fácilmente puntos fuera de especificación el estadístico T^2 facilita el diagnóstico de los cambios en el proceso que dieron origen al problema dotando al investigador de un conjunto de indicadores capaces de mostrar cuales de las relaciones entre las variables definidas por la data histórica que han quebrantado en la señal encontrada.

En la simulación es claro que una muestra de tamaño ($n=10$) es adaptable y aceptado por la mayoría de procesos en la industria.

REFERENCIAS

- Adan, A. (1999). *Universidad autonoma. de nuevo leon.*
- Alejandro, C. (2002). *Estadística Descriptiva* (pp. 523–560).
- Alonso, A. (2011). *Propuesta Metodologica para la reduccion de desperdicios en la empresa us technologies.*
- Antonio, V. (1996). *Estadística Descriptiva e Inferencial* (pp. 183–185).
- Antunes, S. (2012). *Modelo de Regressão Linear e suas Aplicações.* Universidade Da Beira Interior.
- Bartés, P., Llabrés, T., & Cintas, G. (n.d.). *Control y mejora de la calidad Prólogo.*
- Castro, C. H. (2005). *Aplicación de los gráficos de control en el análisis de la calidad textil, 1*, 125–148.
- Chen, W., Verwater-lukszo, Z., Molin, E., & Bucchianico, A. Di. (2005). *Master Thesis Multivariate Statistical Process Control in Industrial Plants*, (August).
- Christian, G. (2005). *“Control Estadístico Multivariable mediante Análisis de Componentes Principales (PCA),*

aplicado al área de destilación Planta I Methanex Chile Limited.”

- Diharce, E. V., Noriega, G. R., & Tel, G. (2010). CARTAS DE CONTROL PARA MONITOREAR PROCESOS DE, (1), 1–8.
- Elena, P. (2012). Los gráficos de control por atributos, 1–6.
- Flores, M. A., & Coru, L. (2013). Desarrollo de una aplicacion para graficos de control de procesos industriales.
- Gustavo, L. (1986). Metodología six-sigma: calidad industrial. 1, 1–14.
- Gutierrez Humberto. (2008). Los Retos Actuales de la Mejora de la Calidad y la Productividad en las Organizaciones.
- Huertas, R. R., & Mellado, A. G. (2005). ESTADÍSTICA INDUSTRIAL (Temas de estadística para Ingenieros).
- Humberto, G. P. (2010). *CALIDAD TOTAL Y PRODUCTIVIDAD* (3er ed.).
- John, F. (1992). Estadística Elemental (pp. 27–30).
- Kaoru Ishikawa ¿Que Es El Control Total de Calidad 2003.pdf. (n.d.).
- L., D. J. (2008). Probabilidad y Estadística Para Ingenierías y Ciencias (pp. 485–493).
- Manuel, G. (2003). MEJORA C ONTINUA DE LA, (6), 89–94.
- Marta, Q. (2016). CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS CONTROL MULTIVARIADOS T2 DE HOTELLING , (May).
- Miguel, S. (2010). Una gráfica de control combinada para identificar señales fuera de control en procesos multivariados A Combined Control Chart for Identifying, 453–460.
- Norte, U., Niebles, P., Patricia, R., Eljach, F., Penagos, G., & Niebles, R. P. P. (2006). Evaluación del uso de las cartas de control X , EWMA y CUSUM en un sistema de control de calidad para procesos no correlacionados.
- Ochoa, E. R., & Tamayo, R. (2014). Análisis comparativo del control estadístico de procesos (CEP) univariable y multivariable en un proceso de producción de galletas, 8, 41–60.
- Omar, R. (2012). *GRÁFICOS DE CONTROL DE CALIDAD MULTIVARIANTES CON DIMENSIÓN VARIABLE*.
- Sampaio, N. (2015). *APLICAÇÕES DA CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR*. Associacao Educacional Dom Boco.
- Scholz, F. W., & Tosch, T. J. (1993). SMALL SAMPLE UNI- AND MULTIVARIATE CONTROL CHARTS FOR MEANS, 2.
- Valencia, U. P. De. (2014). DOUBLE SAMPLING IN ATTRIBUTE CONTROL CHARTS, (May), 2–5.