
Secuencia didáctica para el aprendizaje de las figuras cónicas y sus diferentes representaciones

Marcela Yolanda Dávila Ornelas, Arcelia Guillermina Fernanda Gaspar De Alba Diéguez,
Plácido Hernández Sánchez, Antonio Antolín Fonseca

Departamento de Física y Matemáticas del Instituto de Ingeniería y Tecnología
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

RESUMEN

Este documento presenta los avances de una investigación sobre el diseño, experimentación y análisis de una serie de secuencias didácticas, fundamentadas en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, que es un enfoque cognitivo desarrollado por Raymond Duval. El objetivo es que los estudiantes de nivel medio superior logren realizar tratamientos y/o conversiones entre los diferentes registros de representaciones semióticas de las cónicas. Contiene la propuesta del tema de investigación, los objetivos, la revisión literaria, el marco teórico que sustenta nuestro trabajo, la metodología y el estado en que se encuentra actualmente nuestra investigación.

Palabras claves: Secciones cónicas, transición, aprehensión conceptual, situaciones didácticas.

PROBLEMÁTICA

Nuestra experiencia frente a grupo, en clase de Geometría Analítica (GA) en nivel medio superior nos hace notar que cuando se presenta el tema de las secciones cónicas en el aula, se aborda desde una perspectiva algebraica y de una manera enteramente dirigida, culminando en la resolución de problemas donde el estudiante debe transitar entre una y otra forma de representar las secciones cónicas, en muchas de las ocasiones, sin tener una *aprehensión conceptual*¹ verdadera (Gaspar de Alba, 2011). Esto contribuye a que el estudiante presente dificultades para lograr una conexión más profunda entre lo que se

observa en el salón de clases y las aplicaciones que el tema pueda tener en la vida real.

Esta observación nos hace cuestionarnos entonces, ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes al transitar entre las diferentes representaciones de las cónicas?

En investigaciones llevadas a cabo en últimos años, se ha observado que los alumnos presentan dificultades para desarrollar una conexión significativa entre las diferentes representaciones de las secciones cónicas, más aún en lo que se refiere a su ecuación y a los parámetros característicos de estas. Para nuestra investigación planteamos una serie de secuencias didácticas que le permitan, al estudiante de nivel medio superior, generar diferentes representaciones de cada una de

¹ Aprehensión conceptual: resultado total del proceso de conceptualizar un objeto matemático creando representaciones semióticas y transitando en distintos registros.

las secciones cónicas y transitar libremente entre estas.

OBJETIVO

Rojas (2009) afirma que “en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes no sólo requieren apropiarse de una variedad de sistemas semióticos de representación sino, en especial, de las diversas posibilidades de transformar una representación semiótica en otra.” por ello, tenemos que nuestro objetivo para esta investigación es el *identificar las dificultades que presentan los estudiantes para lograr realizar una transformación (sea tratamiento o conversión) entre las representaciones de las cónicas.*

ANTECEDENTES

Para poder determinar cómo ha sido tratado el tema que atañe a esta investigación, se realizó una revisión bibliográfica sobre investigaciones realizadas desde diferentes enfoques teóricos que involucran las diversas representaciones de las cónicas.

En una primera fase, nos hemos dado cuenta que son varios los matemáticos que contribuyen al conocimiento que tenemos sobre las secciones cónicas. “Menecmo introduce estas curvas como secciones de un cono circular recto por un plano perpendicular a una generatriz” (*Tapia, 2002*), Apolonio de Perga explica y organiza la información sobre las cónicas de una mejor manera. (*Tapia, 2002*). Descartes, en el libro de *La Géométrie*, (*Smith y Lathman, 1954*) asocia las curvas con sus respectivas ecuaciones. El desarrollo de las representaciones de las secciones cónicas continúa hasta el siglo XVIII, con diversas

aportaciones al conocimiento que tenemos en el presente sobre estas curvas.

Una segunda fase, fue la lectura de documentos e investigaciones recientes donde analizamos como se trata actualmente el tema de las secciones cónicas. Entre los artículos que encontramos están los de *García (2003)*, *Ibáñez (2005)*, *Santa y Jaramillo (2009 y 2010)*, *Rodríguez y Sarmiento (2008)*, *López (2007)*, *Bagazgoitia (2005)*, *Rodríguez (2008)*. En esta revisión bibliográfica encontramos documentos en los que podremos basar el diseño de las situaciones didácticas que utilizaremos para nuestra experimentación. No obstante, ninguno de los autores pretende identificar las dificultades que pudiera presentar un estudiante al transitar entre las diferentes representaciones de estas curvas, y aunque algunos de ellos intentan describir la inclusión de actividades realizadas en Cabri-Géomètre o en artefactos físicos, no se trabaja con las cónicas de forma que se pueda identificar el impacto que pueden tener en el tratamiento o conversión entre dichas representaciones.

MARCO TEÓRICO

Para lograr nuestro objetivo, es importante sustentar nuestra investigación en una teoría cognitiva que nos ayude a mejor interpretar los resultados que obtengamos. La teoría que seleccionamos es la de Representaciones Semióticas (RS) de *Raymond Duval (1993, 1998, 1999 y 2006)*.

Los ejes directores de esta propuesta son:

Plano Cognitivo

- Teoría de Representaciones Semióticas (*Duval, 1993, 1998, 1999 y 2006*):

Debido a que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso cognitivo, se requiere el utilizar diferentes sistemas de representación. Estas representaciones resultan importantes no solo para comunicar el pensamiento matemático, sino para realizar actividad matemática. Resulta importante también destacar que, la coordinación entre los diferentes sistemas de representación aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y que la movilidad entre ellos podría determinar que el individuo ha desarrollado una aprehensión conceptual del objeto matemático estudiado.

Plano Matemático

- Consideramos la construcción de las cónicas como eje principal.
- Se tratan las cónicas en sus diferentes representaciones²: algebraica, gráfica y verbal.

METODOLOGÍA

Parte fundamental de la metodología que hemos utilizado esta basada en la Ingeniería Didáctica (ID) de *Artigue (1995)*. Recordemos que esta surgió como una metodología para los hallazgos de la teoría de las Situaciones didácticas y de la Transposición Didáctica.

La ID es una herramienta para la elaboración de situaciones didácticas, además es una metodología de investigación para producir conocimiento a través de la formulación, aplicación y evaluación del efecto de estas realizaciones didácticas

² Entendemos por representación "notaciones simbólicas o gráficas, así como manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos así como sus características y propiedades más relevantes" (*Lupiañez, 2000*).

donde se debe realizar un análisis a priori y a posteriori.

A continuación describimos los pasos que seguimos en la fase de elaboración y realización:

- Se revisaron artículos de investigación, tesis, textos y revistas científicas relacionados con la enseñanza de la Matemática.
- Se seleccionaron a 14 estudiantes que cursaban tercer semestre de preparatoria.
- Se pidió autorización a los padres de familia de los participantes para mostrar los avances y resultados de las actividades.
- Se elaboró un cuestionario como instrumento de exploración. El propósito de este era el valorar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes, en los temas de distancia entre dos puntos y encontrar un punto medio.
- Se elaboraron seis secuencias de aprendizaje, las cuales fueron validadas por profesores con experiencia en enseñanza de GA en el nivel medio superior y por el grupo de estudiantes a los que se les aplicaron las actividades. A continuación damos una breve descripción de cada una de ellas:
 - Reconocimiento de las secciones cónicas: en esta actividad se pretende que los estudiantes sean capaces de identificar cuantas y cuales son las curvas que se generan al crear cortes en un cono de unicele. Se busca también, que logren describir las características físicas de estas secciones y que al realizar una breve investigación bibliográfica sean capaces de nombrarlas adecuadamente.

- Reconocimiento de las secciones cónicas (Cabri-Géomètre II Plus): el objetivo de esta actividad es que por medio de la manipulación de un programa computacional los estudiantes sean capaces de identificar las secciones cónicas encontradas en la secuencia anterior y representarlas de manera verbal.
- La circunferencia y sus representaciones: el propósito de esta actividad es el construir una circunferencia, identificar sus elementos principales, generar una descripción verbal de esta y por último, por medio de un tratamiento³ algebraico, el alumno sea capaz de obtener la ecuación.
- La parábola y sus representaciones: en esta actividad utilizamos una técnica de doblado de papel para que el estudiante pueda obtener los elementos de la parábola, cree una representación verbal de esta y finalmente, logre obtener la representación algebraica de la parábola.
- La elipse y sus representaciones: por medio de la manipulación del Cabri-Géomètre Plus II se busca que los estudiantes sean capaces de identificar los elementos principales de una elipse, la representen de manera verbal y que sea capaz de obtener la ecuación.
- La hipérbola y sus representaciones: el objetivo de la secuencia es que por medio de la manipulación de un programa

³ Tratamiento: una transformación o reconfiguración interna en el registro donde se realizó la formación original. (Duval, 1998).

computacional los estudiantes sean capaces de identificar los diferentes elementos de una hipérbola, la representen de manera verbal y que sea capaz de obtener la ecuación que la representa.

- De las seis secuencias didácticas, se lograron aplicar cuatro. Esto debido a que en el diseño de las actividades no tomamos en cuenta los tiempos reales frente a grupo, ni situaciones ajenas a las actividades previstas.
- Se elaboraron y aplicaron también dos evaluaciones.
 - La primera al finalizar actividades 1 y 2, con el propósito de valorar la habilidad de los estudiantes de identificar las diferentes secciones cónicas.
 - Otra al finalizar la actividad de circunferencia para evaluar la habilidad de los alumnos de transitar entre las diferentes representaciones semióticas de la circunferencia.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL PROCESO DE VALIDACIÓN

En este apartado presentamos, grosso modo, una descripción de los instrumentos de recolección de datos, así como un análisis comparativo de las respuestas de los 14 estudiantes que participaron en la aplicación de las cuatro secuencias didácticas, hojas de trabajo y hojas de evaluación.

Esperamos que con estos instrumentos de medición seamos capaces de explorar el proceso que los alumnos utilizan para lograr reconocer los parámetros característicos de cada una de las secciones cónicas, así como el realizar la transición

entre las diferentes representaciones semióticas.

Identificaremos habilidades que los estudiantes manifiesten:

- De comunicación escrita que les permita representar verbalmente la curva.
- De comunicación escrita que les permita describir un procedimiento algebraico.
- De uso de Cabri-Géomètre II Plus.
- De dibujo con instrumentos como regla, compás, etc.
- De visualización de parámetros característicos de las cónicas.
- De habilidad de ejemplificar en 1, 2 o más representaciones, el objeto matemático al que nos referimos.

De los casos a estudiar:

Se trabajó con un grupo de 14 estudiantes de tercer semestre de la Preparatoria del Tecnológico de Monterrey, campus Cd. Juárez, en el curso de Geometría Analítica. Es importante resaltar que, los alumnos contaban con conocimientos y destrezas previas de aritmética y álgebra, que consideramos son necesarias para realizar tratamientos en la representación algebraica de las cónicas.

De las condiciones de aplicación:

- Las hojas de trabajo se aplicaron en hora clase, es por esto que estaban limitados por la duración de cada sesión.
- Se tenía una persona como observador de procesos, anotando reflexiones importantes.
- Los alumnos trabajaron tanto de manera individual como en cinco

equipos de trabajo, estos fueron conformados de manera libre.

- Se ofreció la libertad de trabajar con todos los recursos que ellos consideraran pertinentes.

Desarrollo de estudiantes

Como hemos mencionado anteriormente, se aplicaron cuatro de las seis secuencias de aprendizaje creadas, a continuación describimos algunos de los resultados que obtuvimos; es decir, de lo puesto en escena por los estudiantes vía sus escritos y lo retomado de las notas del observador.

- Actividad 1, reconocimiento de las secciones cónicas.
 - Aunque los equipos fueron conformados de manera libre, algunos de ellos no se integraban a trabajar con facilidad.
 - Al ser la primera actividad de este estilo, algunos de los alumnos se mostraban reacios a iniciar. Otros mostraban aburrimiento, hasta que se les repartieron los materiales y pudieron manipularlos.
 - Se observó diferencia entre los tiempos de trabajo que tomó cada equipo.
 - Todos, menos uno de los estudiantes, parecían estar muy involucrados en el proceso.
 - Sin embargo se observó que ninguno de estos alumnos comprendió la última instrucción de describir cada una de las figuras que se obtuvieron. Suponemos fue por la falta de familiaridad hacia el tema.
- Actividad 2, reconocimiento de las secciones cónicas (Cabri-Géomètre II Plus).

- Los estudiantes, ya familiarizados con el proceso de las secuencias didácticas, reconstituyeron sus equipos de manera más rápida y eficiente.
- Fueron más comunicativos y asumieron roles específicos. Esto pareció facilitar el seguir las instrucciones y encontrar respuesta a los reactivos.
- Al finalizar, los alumnos habían desarrollado la habilidad de trabajar y manipular objetos y elementos en Cabri-Géomètre II Plus
- Evaluación 1.
 - De los 14 estudiantes sólo 10 presentaron esta evaluación, a continuación describimos nuestros hallazgos más importantes:
 - 5 mostraron reconocer las secciones cónicas en diferentes imágenes.
 - 3 mostraron seria confusión. Sin embargo, aunque no lo expresaron de esta manera, esto podría atribuirse al formato de la evaluación.
- Actividad 3, la circunferencia y sus representaciones.
 - Antes de iniciar esta actividad era necesario asegurar que los estudiantes contaran con los conocimientos previos necesarios. Todos presentan conocimiento de obtención de punto medio y de distancia entre dos puntos dados.
 - Los equipos formados desde la primera actividad funcionaban mucho mejor. Los integrantes discutían y participaban entre ellos y se cuestionaban unos a otros sobre los procesos realizados, solucionando así

- errores sin la intervención del profesor.
- En varias ocasiones, diferentes equipos, tuvieron dificultades aritméticas, en especial cuando se involucraba el uso de números negativos.
- Muchos de los grupos tuvieron fallas en el sentido de los ejes numéricos necesarios para graficar la circunferencia.
- La mayoría de los equipos lograron generar circunferencias con datos específicos dados, pero cuando se enfrentaron a manipulación analítica (sin números) diferentes grupos parecían estancados.
- Evaluación 2.
 - Los 14 estudiantes presentaron esta evaluación, a continuación describimos algunas de las observaciones que mas nos llamaron la atención:
 - Cinco de los estudiantes mostraron habilidades sobresaliente en identificar la transición entre las diferentes representaciones semióticas dadas (gráfica, analítica, de los parámetros característicos de cada circunferencia), además de lograr realizar transformaciones por si mismos.
 - 4 de los participantes lograron identificar las transiciones, pero no lograron realizar la conversión por si solos.
 - Los otros cinco alumnos presentaron dificultades en identificar las conversiones presentadas en los reactivos, además de exhibir problemas en la identificación de elementos característicos.

- Actividad 4, La parábola y sus representaciones.
 - Se necesitaba que los estudiantes tuvieran conocimiento previo sobre vocabulario utilizado en la hoja de trabajo. Palabras como: tangente y perpendicular.
 - Esta actividad de doblado de papel requiere precisión. Los estudiantes deben trazar las líneas necesarias estrictamente perpendiculares a manera de que los dobleces se realicen de manera adecuada. Al no satisfacer este requisito, varios de los equipos obtuvieron resultados erróneos medir distancias. Por ende, no lograron describir la parábola de manera adecuada.
 - La mayoría de los equipos mostraron tener conflictos al intentar generar la representación analítica de la parábola. Nuestra conjetura es que el problema surge de las debilidades que los estudiantes presentan al realizar tratamientos algebraicos.

Valoración de resultados

Las actividades antes expuestas y los resultados que mencionamos nos remarcaban algunas cosas sobre los alumnos y como logran la transición entre una representación semiótica de las cónicas y otra. Algunos de los aspectos que más sobresalientes que clasificaremos de la siguiente manera:

- De sus conocimientos previos:
 - Los estudiantes evidenciaron algunos conocimientos previos necesarios para lidiar con las secciones cónicas como objetos, así como su representación en diversas formas.
 - Así mismo, se hicieron presentes dificultades que surgen de

deficiencias en el área de aritmética y álgebra.

- De su comunicación escrita:
 - En la mayoría de las ocasiones los estudiantes no explicaron el raciocinio que los llevo a concluir de la manera que lo hicieron.
 - Muchas de las hojas de trabajo entregadas por los equipos no detallan el desarrollo del proceso.
- Habilidades de lectura:
 - Surgieron diversas contrariedades a través de las hojas de trabajo, esto puede ser por deficiencias en la habilidad lectora o por falta de atención de parte de los estudiantes.
- Habilidades para trabajar con materiales físicos:
 - La regla, compas, unicel y papel albanene se utilizan con inexactitud en algunos casos.
 - En la actividad de parábola, algunos alumnos muestran evidencia de que desconocen el concepto de perpendicularidad y eso conlleva a errores al crear dobleces en el papel.
- Habilidades para usar un software computacional (Cabri-Géomètre II Plus):
 - Al menos un estudiante de cada equipo demostró habilidades computacionales sobresalientes. Esto fue importante ya que el que existiera alguien con estas destrezas apoyo al resto de los miembros del equipo a manipular el software de manera satisfactoria.
- Desarrollo social:
 - Los alumnos mostraron una mejora en su desempeño social y autoestima a través de las interacciones que tuvieron en el transcurso de la investigación.
 - Uno de los estudiantes sobresale en este aspecto. El primer día el alumno mostraba interés nulo en las

actividades, conforme paso el tiempo se fue involucrando más en la resolución de reactivos y en la participación grupal.

CONCLUSIONES

Del análisis de resultados podemos concluir que logramos el objetivo de *identificar las dificultades que presentan los estudiantes para lograr realizar una transformación (sea tratamiento o conversión) entre las representaciones de las cónicas*, cuando algunos de nuestros estudiantes lograron identificar algunas de las conversiones y tratamientos que surgieron entre representaciones de las diferentes secciones cónicas. Se observó que los estudiantes presentaron dificultades cuando se enfrentaron al tránsito de las representaciones sin intervención del profesor o sin dirección específica en las instrucciones de los reactivos.

Cuando observamos estos resultados, a través del lente que nos brinda nuestra pregunta de investigación: *¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes al transitar entre las diferentes representaciones de las cónicas?* observamos que surgieron sucesos de un amplio rango. Notamos que estas dificultades no solo surgen de las deficiencias algebraicas, aritméticas y de conocimientos previos, sino que estas van más allá. Surgieron problemas notables con la habilidad lectora de los estudiantes, ya que al presentar deficiencias en este sentido, les resultó difícil comprender y seguir las instrucciones planteadas en las hojas de trabajo. Reparamos, también, en el hecho de que algunos de los estudiantes no tienen suficientes habilidades para argumentar los procedimientos que utilizaron y mostraron vacilación al expresarse de manera escrita.

Así mismo, señalamos resultados que se encuentran alejados del propósito original de nuestra investigación (limitaciones de tiempo, material e interés de las personas involucradas en la investigación) pero que resultan importantes tomar en consideración para la futura creación e implementación de herramientas de enseñanza de las secciones cónicas en un curso de nivel medio superior de GA.

COMENTARIOS FINALES

Consideramos que para atenuar las dificultades a las que los estudiantes se enfrentan es necesario que los instructores generen hojas de trabajo con actividades previas de operaciones aritméticas, algebraicas, geometría sintética o Euclidiana y los fundamentos de la GA.

Aunado a lo anterior, y por las observaciones que hicimos, es importante destacar que el tipo de actividades diseñadas resultaron novedosas para el grupo de estudiantes. Algunos de ellos realizaron comentarios que hacían notar su preferencia hacia este tipo de manipulaciones tanto físicas como tecnológicas a las que no se habían enfrentado anteriormente. Manifestaron también su gusto por trabajar en equipos, ya que al hacerlo tenían no sólo un apoyo, sino que desarrollaban de manera más amplia la habilidad de defender su posición frente a ideas discordantes. Debido a esto es que pudimos observar en ellos un cambio actitudinal, mayor destreza en la manipulación de los materiales, mejora en su habilidad para expresarse, sintetizar y redactar.

En general consideramos que este tipo de actividades coadyuva en la enseñanza de las matemáticas y facilita la

labor del docente, así como la participación del estudiante en estos procesos.

REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (editor). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Una Empresa Docente. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá.

Bagazgoitia, A. (2005). *Geometría con Cabri*. Revista Sigma, No. 22. País Vasco, España. Pp. 83-98.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2): 33-115.

Cabri (2007). *Manual del usuario*. Disponible en: <http://www.cabri.com/es/descargar-cabri-2-plus.html#manuales>

De Guzmán, M. (1986). *Los Pitagóricos*. Recuperado el 2 de junio de 2012 de <http://www.upasika.com/docs/atca/Guzman%20Miguel%20de%20-%20Los%20pitagoricos.pdf>

Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5: 37-65 (IREM de Strasbourg).

Duval R. (1998). *Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of Mathematics*. Educational Studies in Mathematics. 61 (1): 103-131.

García, Jesús E. (2003). *Construcciones geométricas doblando papel*. Disponible en: <http://www.cfieavila.com/matematicas/archivos/alrededor/construccionesgeo.pdf>

Gaspar de Alba, A.; Flores, S. y Mederos, O. (2011). *El aprendizaje de las Cónicas A Través del Uso de la Tecnología*. Estados Unidos: Editorial Académica Española.

Ibañez, R. (2005). *Secciones Cónicas*. Revista Sigma, No. 20. País Vasco, España. Pp. 12-37.

López, N. (2007). *El empleo del software Cabri-Géomètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México*. (Tesis Doctoral). Disponible en: <http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/archivos/HASHc77d.dir/doc.pdf>

Lupiañez, J. (2000). *Nuevos Acercamientos a la Historia de la Matemática a través de la Calculadora TI-92*. Universidad De Granada, España. Disponible en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/LupianezJ00-2705.PDF>

Rodríguez, Y. (2008). *Simulaciones de Mecanismos Para Trazar Hipérbolas*. Disponible en: http://www.matvirtual.com/articulos/Simulaciones_Hiperbolas.pdf

Rodríguez, Y., Sarmiento B. (2008). *Construcción Geométrica de las Cónicas*. Disponible en: http://www.matvirtual.com/articulos/Construccion_Conicas.pdf

Rojas, P. J. (2009). *Relación entre objeto matemático y sentidos en situaciones de transformación entre representaciones semióticas*. 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 al 10 de Octubre 2009). Pasto, Colombia.

Santa, Z. y Jaramillo, C. (2009). *Construcción de las secciones cónicas mediante el doblado de papel en el marco del modelo educativo de van hiele*. 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 al 10 de Octubre 2009). Pasto, Colombia.

Santa, Z., Jaramillo, C. (2010). *Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas*. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, Num. 31. Colombia. Pp. 338-362.

SEP (Secretaría de Educación Pública) (2012). *Programa Analítico de Matemáticas III. Secretaría de Educación Pública*. Disponible en: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/

programasdeestudio/cfb_3ersem/MATEMATICAS-III.pdf

Smith, E. y Latham, M. (1954). *Traducción de The Geometry of René Descartes*. New York: Dover Publications.

Tapia, F. (2002). *Apolonio, el geómetra de la antigüedad*. Apuntes de historia de las matemáticas, 1: 19-31.