

Uso de vectores en su propio contexto: parte II

Sergio Flores-García¹, María González-Quezada¹, Luis Leobardo Alfaro-Avena¹,
Osiel Ramírez-Sandoval¹, Juan Ernesto Chávez-Pierce¹, José Valente Barrón-López¹

¹Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

Resumen

En esta parte, del estudio se presentan las dificultades que persisten, así como los nuevos problemas de aprendizaje durante y después de las modificaciones didácticas. En este reporte, se muestran errores de tipo operativo y conceptual que la mayoría de los estudiantes enfrenta a pesar de las modificaciones a la instrucción. A pesar que un entendimiento de las propiedades básicas de los vectores es fundamental para el entendimiento de las operaciones entre estas cantidades físicas, muchos estudiantes en los cursos introductorios de física no desarrollan un aprendizaje significativo de la naturaleza vectorial de las cantidades físicas como fuerza y aceleración. Debido a esto, es necesaria una exploración de los problemas de orden cognitivo que los estudiantes presentan a través de una enseñanza tradicional o por medio de una modificación en la instrucción. Esta investigación muestra las dificultades de los alumnos que fueron detectadas, y caracterizadas después de cambios en la instrucción. Esto para explorar el proceso de aprendizaje de la operación de suma de vectores en su propio contexto.

Palabras clave: Educación, vectores.

Introducción

De acuerdo a la mayoría de los resultados de investigación relacionados con el aprendizaje de las operaciones entre vectores, y según Flores, Kanim y Kautz (2004), “un entendimiento de la mecánica Newtoniana. Este campo de conocimiento debe ser entendido como un sistema de conocimientos coherentes requiere un entendimiento de la suma de vectores (para encontrar la fuerza neta), resta de vectores (para encontrar una aceleración), y el reconocimiento que la segunda ley de Newton requiere estas dos cantidades independientemente determinables”.

Esperamos que mediante esta investigación del entendimiento del estudiante de las operaciones fundamentales entre vectores (suma en este caso), se promueva el desarrollo de currículum. Este currículum debe tener la efectividad para fortalecer la visión de la física por parte de los estudiantes como un campo de estudio coherente, más que como una colección de hechos individuales. En el artículo que muestra la primera parte de esta investigación, se presentaron resultados concernientes a los problemas de entendimiento de la operación de suma

vectorial a través de una instrucción tradicional o una instrucción con un énfasis en la parte conceptual de esta operación vectorial². Las preguntas de investigación que esperamos responder después de una modificación a la instrucción son:

- 1) ¿Pueden los estudiantes sumar y restar vectores?;
- 2) ¿Pueden los estudiantes desarrollar un aprendizaje significativo de los vectores dentro de su propio contexto gráfico a través de una instrucción tradicional?, y
- 3) ¿Es posible que los estudiantes entiendan las operaciones de suma y resta entre vectores modificando su instrucción en base a un énfasis gráfico?

Algunas de los errores conceptuales encontrados en la primera parte fueron:

- 1) *Cerrando el ciclo,*
- 2) *Suma de vectores como escalares,*
- 3) *Cola con cola, y*
- 4) *Uso indebido del teorema de Pitágoras* (Flores-García, González-Quezada, Alfaro-Avena, Hernández-Palacios, Barrón-López, & Chávez-Pierce, 2008).

Esperamos que algunas de estos errores procedimentales e vuelvan a encontrar debido a que las modificaciones didácticas se fundamentan en la conceptualización de la operación de suma de vectores en su propio contexto.

Investigación previa

Muchos investigadores el área de la física educativa coinciden en que el conocimiento

de los problemas de entendimiento conceptual deben ser estudios de manera previa a cualquier cambio de instrucciones. Por ejemplo, Kanim (1999) investigó los problemas de entendimiento que algunos estudiantes de tercer semestre de de ingeniería tenían con el uso de la Ley de Gauss y las propiedades de circuitos de corriente continua. De la misma manera, Knight (1995) exploró la habilidad de los estudiantes para: 1) reconocer y utilizar las componentes de un vector; 2) evaluar la magnitud y dirección de un vector; 3) sumar dos vectores gráficamente; y 4) sumar dos vectores utilizando componentes. El *Vector Knowledge Test* se aplicó a 286 estudiantes inscritos en el primer cuarto de un curso introductorio de física basada en cálculo. Estos alumnos pertenecían al primer semestre de varias carreras de ingeniería. El nivel del académico es equivalente a los cursos ordinarios de física introductoria (mecánica clásica) que se imparten durante los primeros semestres en la mayoría de las universidades de México. El examen se administró antes de cualquier instrucción relacionada con el estudio de vectores. Solamente el 30% de los estudiantes pudieron escribir una breve definición de un vector, y solamente 43% de los estudiantes pudieron sumar dos vectores gráficamente. Cerca del 15% pudieron expresar un vector dado como una magnitud y un ángulo. Knight concluyó que los estudiantes que comienzan en física necesitan una explícita instrucción y práctica con el uso de vectores. La mayoría de los estudiantes no comienzan los cursos introductorias con el suficiente conocimiento de vectores para entender las

Métodos

La metodología y el contexto donde se desarrolla esta investigación se muestran en las correspondientes secciones de la primera parte de este reporte (Flores-García, González-Quezada, Alfaro-Avena, Hernández-Palacios, Barrón-López, &

Chávez-Pierce, 2008). En ese artículo se muestra que las preguntas diseñadas para la recolección de información, son muy distintas a las preguntas que se encuentra en los libros de textos convencionales.

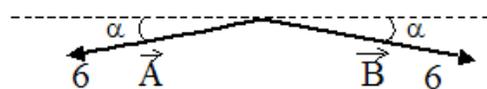
Resultados

La pregunta que se muestra en la figura 1 se hizo a estudiantes después de una modificación a la instrucción en la Universidad Estatal de Nuevo México, en la Universidad de Washington, y en la Universidad de Syracuse para explorar el entendimiento acerca de la suma de vectores. Estos cambios en la instrucción son:

- La gran mayoría de los ejercicios utilizados en clase son de tipo conceptual. El alumno no debe desarrollar un entendimiento numérico para resolver estos ejercicios.
- Los ejercicios de libros de texto (en su mayoría numéricos) son muy poco utilizados durante la instrucción.
- Las operaciones entre vectores (suma y resta) se tratan de forma gráfica más que de manera numérica.
- La mayoría de los textos abordan primero las operaciones entre vectores en su propio contexto y después en el contexto de las fuerzas. En esta ocasión,

se abordan vectores en el contexto de las fuerzas y después en su propio contexto.

- Al inicio de cada clase, se aplicó un examen llamado preexamen (quiz), con el objeto de enfrentar al estudiante con el objeto de conocimiento.
- Al final de la sesión, se aplicó un examen con el fin de medir la diferencia entre el nivel de conocimiento final, y el nivel de conocimiento inicial.



La figura muestra dos vectores, \vec{A} y \vec{B} , cada uno de magnitud 6. Los vectores forman un ángulo pequeño con la línea horizontal punteada.

1) Sea $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. Es la magnitud de \vec{C} mayor que, menor que, o igual a 6? Explica tu razonamiento.

2) Muestra la dirección de \vec{C} .

Figura 1 Pregunta que requiere la suma de dos vectores. Fuente: Flores, Kanim, & Kautz, (2004)

Como se muestra en la tabla 1, en NMSU el 97% de 93 estudiantes

respondieron la pregunta acerca de la magnitud correctamente, y cerca del 80% dieron la magnitud y dirección correctamente. Cerca del 95% de 193

estudiantes de UW y 81% de 182 estudiantes de SU contestaron la pregunta acerca de la magnitud de \vec{C} correctamente.

Tabla 1 Resultados para la magnitud de la suma de los vectores \vec{A} y \vec{B} después de las modificaciones en la instrucción.

	Instrucción modificada		
	NMSU (N=93)	Syracuse Univ. (N=182)	Univ. of Wash. N=193
Menor que 6 (Correcta)	97%	81%	95%
Mayor que 6	2%	14%	2%
Igual a 6	1%	4%	1%
Igual a cero	0%	0%	0%
Sin respuesta	0%	1%	2%

Con respecto a la dirección de $\vec{A} + \vec{B}$, 84% de los estudiantes de SU y 90% de UW respondieron correctamente. Sin embargo, observamos algunas dificultades a pesar de las modificaciones a la instrucción. Como se muestra en la tabla 2, 18% de los estudiantes después de las modificaciones en NMSU cerraron el ciclo, mientras que, 10% de los estudiantes en bajo estas mismas modificaciones didácticas cometieron este

error en Syracuse. El uso del Teorema de Pitágoras fue casi erradicado. Unos pocos estudiantes de NMSU, Syracuse, y Washington utilizaron *cola-con-cola* y *suma como escalares* para sumar vectores. Tal parece que las modificaciones a la instrucción en estas universidades mejoraron de alguna manera algunas de las habilidades de los estudiantes para sumar vectores y evitar estos errores.

Tabla 2 Dificultades de procedimiento de la pregunta de suma de vectores después de las modificaciones a la instrucción.

	Instrucción modificada		
	NMSU (N=93)	Syracuse Univ. (N=182)	Univ. of Wash. N=193
Teorema de Pitágoras	0%	0%	1%
Cerrando el ciclo	18%	10%	7%
Cola con cola	0%	3%	2%
Sumando como escalares	1%	5%	2%

Conclusiones

El porcentaje de respuestas correctas mejora substancialmente después de las modificaciones a la instrucción intentando enfatizar los procedimientos gráficos con vectores. Los errores citados anteriormente después de estas modificaciones representan menos del 20% de las respuestas en Syracuse, y estuvieron prácticamente ausentes en la Universidad de Washington y en NMSU (tabla 1). Sin embargo, hemos observado que otros errores parecen más comunes. Por ejemplo, parece haber una gran tendencia a “cerrar el ciclo” cuando se suman dos vectores. Dos causas posibles para la mayor incidencia de este error son: 1) Los estudiantes practicaron primero en situaciones donde la fuerza neta era cero, y no pudieron distinguir entre esta situación y una donde se espera una resultante; y 2) Como instrucción fue exitosa para tomar en cuenta las mas comunes dificultades. Cerca del 12% de los estudiantes (en promedio de las universidades NMSU, UW y SU) según la tabla 2, después de las modificaciones a la instrucción cometieron el error “cerrando el ciclo” para la suma de dos vectores, comparado con solamente el 8% (tabla 2 en el artículo *Uso de vectores en su propio contexto. Parte I*) después de la instrucción tradicional (en promedio de NMSU y la UACJ) al sumar los dos mismos vectores (Flores-García, González-Quezada, Alfaro-Avena, Hernández-Palacios, Barrón-López, & Chávez-Pierce, 2008). Aunque las modificaciones a la instrucción para

enfatizar el entendimiento conceptual redujo significativamente la incidencia de errores en las respuestas de los estudiantes, algunos de ellos aún tienen dificultades con la suma.

Finalmente, los resultados mostrados en esta investigación están de acuerdo con Flores (2006), según él, “la mayoría de los estudiantes de nivel superior, presentan dificultades de entendimiento de los conceptos fundamentales de física, fundamentalmente con las operaciones entre vectores”. El desarrollo conceptual de los distintos objetos matemáticos que representan a los conceptos físicos determina, en gran medida, una evolución cognitiva en las estructuras matemáticas del alumno. Varios investigadores del área de la enseñanza y aprendizaje de las ciencias han monitoreado las dificultades del proceso cognitivo del desarrollo del entendimiento de la física. La mayoría de estos investigadores concluye, que el estudiante promedio desarrolla un entendimiento aproximado del 5% al 10% de toda la gama de conocimiento del que es capaz de construir. Una de las principales causas de estos resultados es el gran reto del entendimiento conceptual, que implican los diversos cambios de una representación de un fenómeno físico a otra representación durante el proceso de entendimiento. Sin embargo, la versatilidad del alumno para pasar de una representación a otra puede estar influenciada por las características del contexto de la situación de aprendizaje”.

Referencias

Flores, S., Kanim, S. E., & Kautz, C. H. (2004). Student use of vectors in introductory mechanics. *American Journal of Physics*, 72(4), 460-468.

Flores-García, S., González-Quezada, M. D., Alfaro-Avena, L. L., Hernández-Palacios, A. A., Barrón-López, J. V., & Chávez-Pierce, J. E. (2008). Uso de vectores en su propio contexto. Parte I. *CULCyT*, 26, 17-25.

Kanim, S. E. (1999). An investigation of student difficulties in qualitative and quantitative

problem solving: Examples from electric circuits and electrostatics. Ph.D. thesis, University of Washington.

Knight, R. D. (1995). The vector knowledge of beginning physics students. *Physics Teacher*, 33, 74-74.

Flores S. (2006). Student use of vectors in mechanics”, tesis para obtener el grado doctorado en física, Universidad Estatal de Nuevo México.