

## El uso de situaciones físicas como herramienta para el aprendizaje significativo del concepto de variación

Juan Ernesto Chávez Prieto<sup>1</sup>, Sergio Flores García<sup>1</sup>, Juan Ernesto Chávez Pierce<sup>1</sup>,  
B. A. Anaya Sánchez<sup>1</sup>, Juan Luna González<sup>1</sup>, María González Quezada<sup>1</sup>, Antonio Antolín Fonseca<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

### Resumen

Los cursos introductorios de física representan una gran oportunidad para contextualizar los conceptos de las materias de cálculo. Sin embargo, la mayoría de los profesores de cálculo diferencial, incluyendo los profesores de cálculo integral, no están convencidos de la importancia que esto significa para el aprendizaje de los estudiantes. Esta actividad cognitiva se fundamenta en el desarrollo matemático mediante prácticas en el laboratorio de física. Los resultados obtenidos después de comparar los efectos de entendimiento entre un grupo de Dinámica y otro de Cálculo Diferencial muestran que son los estudiantes de Dinámica quienes se aproximaron más a una posible funcionalidad y transferencia del concepto de variación, así como los que registran una mayor ganancia en el aprendizaje.

**Palabras clave:** Física, variación, educación.

### Introducción

En base a la interacción con el entorno dinámico en donde el ser humano se desenvuelve, es fundamental el desarrollo de un pensamiento variacional que permita comprender los conceptos de variación, cambio y rapidez de cambio a través de distintos contextos. No obstante, muchos estudiantes en los cursos de Cálculo Diferencial y Dinámica no logran un aprendizaje significativo de fenómenos relacionados con la cinemática y la rapidez de cambio. Lo anterior es posiblemente causado por:

- Un manejo incorrecto de los diversos sistemas de representación y la falta de

versatilidad para abordar distintos contextos (Chávez et al, 2013).

- La poca importancia que se da en niveles básicos de educación a los registros como la base para leer e interpretar un concepto matemático, tal y como se hace por ejemplo con el manejo de las palabras y las imágenes, donde se intenta que el niño aprenda a leer, comprender y comunicar algún suceso de forma escrita y oral (Chávez, 2013).
- La enseñanza tradicional. Este tipo de instrucción se caracteriza por: 1) Un sistema de comunicación unidireccional

maestro-estudiante, 2) Uso excesivo uso de problemas de libro de texto en donde solo se privilegia lo numérico y no lo conceptual, 3) Falta de contextualización de las situaciones de aprendizaje (Flores et al, 2008).

Según Luna (2009), para que el estudiante alcance un posible aprendizaje significativo, se deben buscar las condiciones que permitan el desarrollo del conocimiento a partir de las experiencias generadas del contacto directo de los objetos y fenómenos físicos. Además, sostiene que en un sentido estrictamente didáctico, se debe de diseñar material de manipulación sencilla que acerque al estudiante a la posible adquisición del conocimiento, en base a un pensamiento reflexivo y que permita el desarrollo del mismo a través de sus experiencias personales. Aquí, cada revisión que se tiene de un concepto, pueda ser contrastada contra una revisión anterior del mismo concepto.

Para González(2012), el aprendizaje significativo y funcional puede estar dado por la interacción entre los tópicos vistos en clase y y la transferencia conceptual a través de diferentes contextos en los que el estudiante puede aplicar tal conocimiento. Además, intenta promover la visualización como una herramienta útil para el desarrollo cognitivo del estudiante. Al respecto, Cantoral y Montiel (2003) señalan que no se puede entender la visualización como un simple acto de contemplar una situación, ya que se puede realizar la visualización inclusive sin haber visto o estado frente a dicha situación. Afirman que: “En un sentido más amplio, entendemos que la

visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (p. 4).

Por otra parte Bruner (1988) señala que la información se vuelve significativa para el estudiante si esta llega a través de tres sistemas de representación:

- La representación enactiva. Esta dada por la representación de acontecimientos, vivencias y sucesos por medio de acciones. Esta se da en el plano de lo concreto cuando hay una relación directa con el medio a través de objetos manipulables y tangibles.
- La representación icónica. Se da con las imágenes, figuras o esquemas que puede utilizar una persona para representar su entorno. Estas representaciones dependen de la habilidad y la destreza que cada quien tiene para desarrollar una imagen que corresponda a alguna situación.
- La representación simbólica. Es la representación personal de la realidad a través de símbolos en un nivel abstracto. En base a esta representación el individuo comprende el mundo en el que vive e inclusive puede intentar explicar objetos o situaciones con los que no necesariamente tiene contacto.

El presente trabajo de investigación no pretende eliminar la problemática

descrita inicialmente, ya que esta es sumamente amplia, compleja y debe ser analizada desde diversos enfoques. La finalidad de este estudio es explorar solo una pequeña parte del problema al comparar y valorar la efectividad de un diseño didáctico. Este se sustenta en el uso y la estimulación continua de las representaciones, el cambio de contexto, y la visualización de

situaciones físicas de comportamiento cuadrático como herramienta para favorecer el desarrollo del pensamiento variacional entre los estudiantes que cursan la materia de Cálculo Diferencial y Dinámica. Todo esto, con base en la medición la ganancia normalizada del aprendizaje por parte del estudiante (Hake, 1998).

## Materiales y Métodos

Con la finalidad de explorar los posibles efectos actitudinales y cognitivos que el estudiante muestra cuando es expuesto a situaciones físicas reales en un ambiente de laboratorio, se utilizaron dos grupos: un grupo de Calculo Diferencial y otro de Dinámica, dentro de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ). Ambos grupos bajo una enseñanza de corte tradicional, con la inclusión de actividades teórico-experimentales en el laboratorio de física. Esto con la intención de promover el aprendizaje significativo en el estudiante por medio de la articulación entre la actividad experimental y la cátedra del docente, ya que el aprendizaje activo y las actividades del laboratorio juegan un papel primordial en el aprendizaje de las ciencias (Rapp y Kurby, 2008). En ambos grupos, se administró el mismo diseño didáctico durante 4 sesiones de tres horas. A continuación, se describe cada una de estas sesiones:

**Sesión 1 y sesión 4.** Se administraron una colección de reactivos basados en la cinemática y la rapidez de cambio, partiendo de situaciones físicas de objetos en movimiento hacia arriba y abajo

sobre un plano inclinado. En todos los reactivos se debían justificar las respuestas y mostrar el nivel de dificultad de las mismas por medio de las categorías: *muy fácil, fácil, difícil* o *muy difícil*. Todos los reactivos están formados en pares de forma implícita, en los cuales el concepto a tratar es el mismo, pero desde un registro o un contexto distinto. Lo anterior con la intención de detectar si el estudiante explora y transfiere conocimiento entre distintos contextos y sistemas de representación. Con la finalidad de analizar si existe algún cambio cognitivo positivo en el estudiante antes y después de cursar la materia, se aplicaron idénticos exámenes de entrada-examen de salida.

**Sesión 2.** Se basó en la aplicación de una práctica fundamentada en el comportamiento de la variación y el cambio a través de distintos subcontextos matemáticos. En esta sesión los estudiantes formaron equipos, comentaran y discutirán sus resultados. Aunque el trabajo se realizó en equipo, cada estudiante debía anotar sus resultados de forma individual.

**Sesión 3.** Se desarrolló una práctica fundamentada en el comportamiento de la

variación y el cambio a través de distintos subcontextos físicos. Lo anterior se basa en situaciones desarrolladas sobre un plano inclinado. El llenado de la práctica en contexto físico estará dado bajo las mismas

condiciones de la práctica de contexto matemático. Sin embargo, los datos para el llenado de esta práctica se obtendrán con ayuda de un sensor de movimiento y a través de un programa llamado Data Studio.

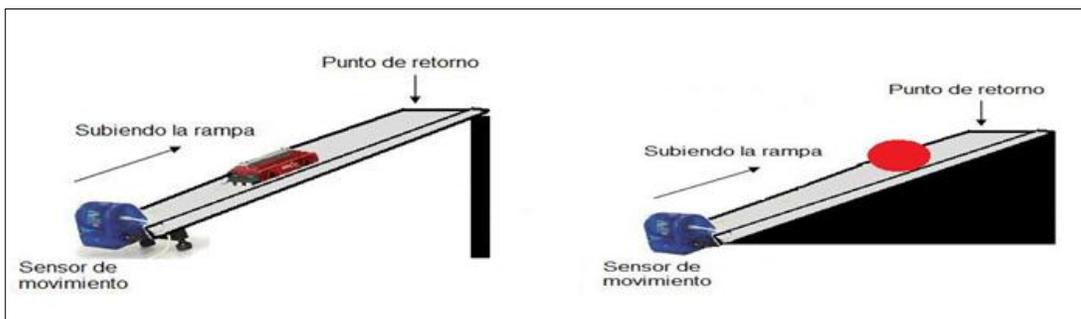


Figura 1. Representación de fenómenos físicos cuadráticos con rampas en el examen de entrada

Durante el desarrollo de ambas prácticas, se les pidió a los estudiantes trasladarse durante tres ocasiones hacia una tabla de relación. Esto con el fin de completar los espacios disponibles en esta tabla, la cual contiene algunas situaciones de *la variación* y *el cambio* a través de distintos subcontextos matemáticos para la segunda sesión y físicos para la tercera sesión. El uso de este elemento de control cognitivo pretendió que el estudiante fuera capaz de explorar distintos registros (lenguaje natural, pictórico, gráfico, numérico y analítico) a través de distintos subcontextos.

**Sesión 4.** Al finalizar el diseño didáctico implementado durante las sesiones 2 y 3, los estudiantes respondieron un examen de salida de forma individual, en donde se incluyeron los conceptos de variación y cambio abarcados a lo largo de la misma. Lo anterior con la finalidad de explorar si el estudiante se acerca a construir un entendimiento funcional al concluir las actividades tanto en el grupo control como en el experimental.

## Resultados

Una vez terminadas las sesiones anteriormente mencionadas, se procedió a comparar los resultados obtenidos en ambos grupos, encontrándose la siguiente información:

**Examen de entrada.** En las gráficas de la figura 2 se muestra una comparación

entre los reactivos y los pares obtenidos por los estudiantes de ambos grupos en el examen de entrada. En este examen los estudiantes del grupo de Cálculo Diferencial respondieron correctamente a un mayor número de reactivos correctos en comparación a los estudiantes del grupo de Dinámica. El grupo de Dinámica obtuvo

cerca del 40 % de los aciertos correspondientes al contexto matemático, mientras que aproximadamente el 60 % de los aciertos correspondientes al contexto físico. En el grupo de Cálculo Diferencial cerca del 60 % de los aciertos corresponden al contexto matemático, mientras que aproximadamente 40 % corresponden al contexto físico. Además, en el grupo de Dinámica, el segundo par de reactivos fue el mejor contestado, mientras que el primero y quinto par fueron los más complicados. En contraste, en el grupo de Cálculo Diferencial, son el primero y quinto par de reactivos son los mejor contestados, mientras que el tercero y cuarto par fueron los más complicados.

**Examen de salida.** En las gráficas de la figura 3 se muestra una comparación entre los reactivos y los pares obtenidos por los estudiantes de ambos grupos en el

examen de salida. En este examen los estudiantes del grupo de Dinámica respondieron un mayor número de reactivos correctos en comparación a los estudiantes del grupo de Cálculo Diferencial. El grupo de Dinámica obtuvo cerca del 60 % de los aciertos correspondientes al contexto matemático, mientras que aproximadamente el 40 % de los aciertos correspondientes al contexto físico. En el grupo de Cálculo Diferencial cerca del 65 % de los aciertos corresponden al contexto matemático, mientras que aproximadamente 35 % corresponden al contexto físico. Además, en el grupo de Dinámica el segundo par de reactivos fue el mejor contestado, mientras que el primero par el que más se les complicó. En contraste, en el grupo control, son el primero y quinto par de reactivos son los mejor contestados, mientras que el tercer par el que más se les complicó.

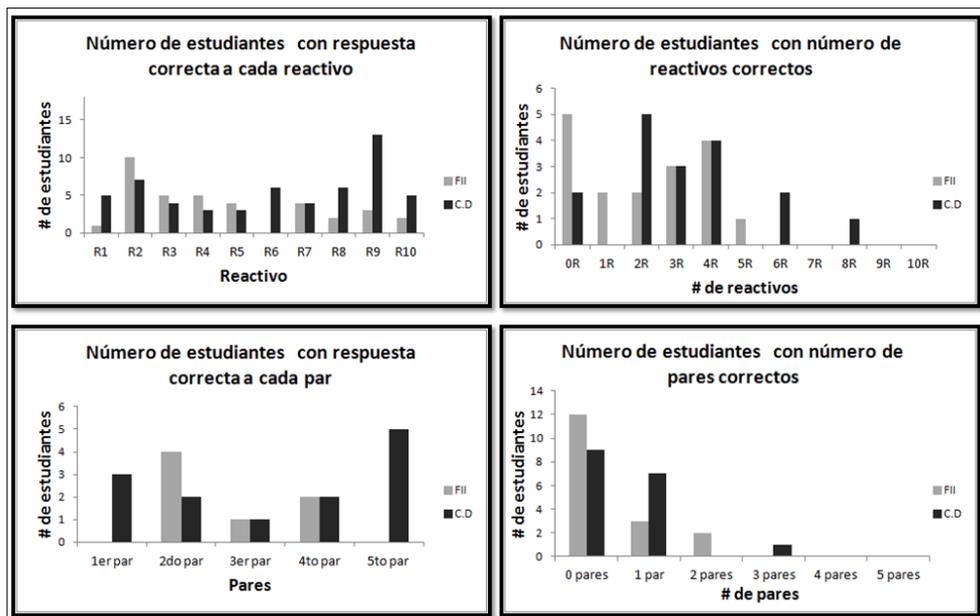


Figura 2. Comparación entre los reactivos y los pares obtenidos por los estudiantes de ambos grupos

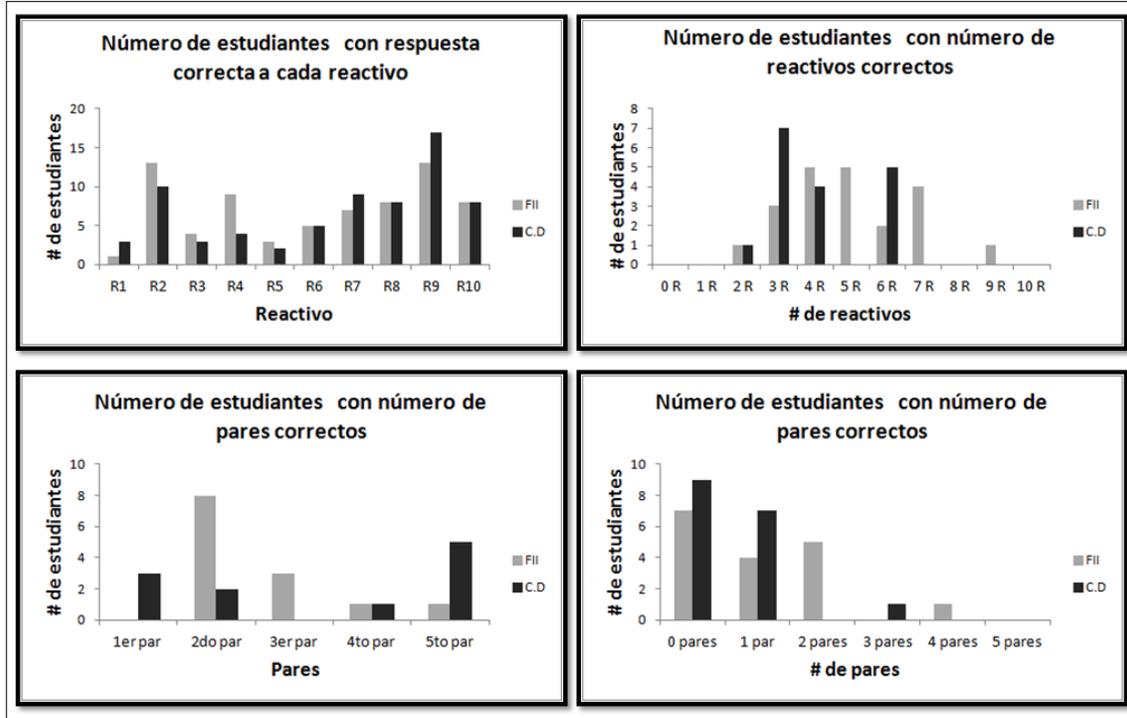


Figura 3. Comparación entre los reactivos y los pares obtenidos por los estudiantes de ambos grupos en el examen de salida

### Ganancia normalizada

Según la propuesta de Hake (1998) la efectividad de la instrucción se categoriza en rangos de ganancia normalizada baja

( $g < 0.3$ ), media ( $0.3 < g < 0.7$ ) y alta ( $g > 0.7$ ). Las tablas 1, 2, 3 y 4 muestran la ganancia normalizada de cada uno de los estudiantes de ambos grupos.

Tabla 1. Comparación en la ganancia por reactivo de ambos grupos

GANANCIA POR REACTIVOS							
GRUPO DE DINÁMICA				GRUPO DE CÁLCULO DIFERENCIAL			
ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA	ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA
E1	2	6	0.5	E1	6	6	0
E2	4	4	0	E2	4	4	0
E3	3	4	0.14	E3	2	4	0.25
E4	3	3	0	E4	2	6	0.5
E5	2	7	0.62	E5	4	4	0
E6	4	7	0.5	E6	0	3	0.3
E7	0	7	0.7	E7	2	3	0.12
E8	0	2	0.2	E8	2	3	0.12
E9	1	6	0.55	E9	2	3	0.12
E10	4	9	0.83	E10	3	3	0
E11	1	3	0.22	E11	6	6	0
E12	5	4	0	E12	8	4	0
E13	0	3	0.3	E13	3	6	0.42
E14	0	x	0	E14	4	3	0
E15	0	4	0.4	E15	4	6	0.33
E16	4	4	0	E16	0	2	0.2
E17	5	7	0.4	E17	3	3	0

Tabla 2. Comparación en la ganancia por pares de ambos grupos

GANANCIA POR PARES							
GRUPO DE DINÁMICA				GRUPO DE CÁLCULO DIFERENCIAL			
ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA	ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA
E1	0	2	0.4	E1	1	2	0.12
E2	2	1	0	E2	0	1	0.1
E3	0	1	0.2	E3	1	0	0
E4	1	1	0	E4	0	1	0.1
E5	0	2	0.4	E5	1	1	0
E6	1	2	0.25	E6	0	1	0.1
E7	0	2	0.4	E7	0	0	0
E8	0	0	0	E8	0	0	0
E9	0	1	0.2	E9	0	0	0
E10	1	4	0.75	E10	0	0	0
E11	0	0	0	E11	1	2	0.12
E12	2	0	0	E12	3	0	0
E13	0	0	0	E13	1	1	0
E14	0	x	0	E14	1	0	0
E15	0	0	0	E15	1	1	0
E16	0	0	0	E16	0	0	0
E17	1	2	0.25	E17	0	0	0

Tabla 3. Comparación en la ganancia en contexto matemático de ambos grupos

GANANCIA EN CONTEXTO MATEMÁTICO							
GRUPO DE DINÁMICA				GRUPO DE CÁLCULO DIFERENCIAL			
ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA	ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA
E1	2	3	0.33	E1	5	4	0
E2	2	2	0	E2	2	2	0
E3	2	3	0.33	E3	1	3	0.22
E4	1	2	0.25	E4	2	1	0
E5	2	4	0.66	E5	2	3	0.12
E6	1	4	0.75	E6	0	2	0.2
E7	0	4	0.8	E7	2	2	0
E8	0	1	0.2	E8	2	3	0.125
E9	1	3	0.5	E9	1	1	0
E10	3	0	0	E10	2	2	0
E11	1	2	0.25	E11	2	3	0.125
E12	3	2	0	E12	5	3	0
E13	0	3	0.6	E13	1	4	0.33
E14	0	x	0	E14	3	2	0
E15	0	2	0.4	E15	2	4	0.25
E16	3	3	0	E16	0	1	0.1
E17	2	4	0.66	E17	2	2	0

Tabla 4. Comparación en la ganancia en contexto físico de ambos grupos

GANANCIA EN CONTEXTO FÍSICO							
GRUPO DE DINÁMICA				GRUPO DE CÁLCULO DIFERENCIAL			
ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA	ESTUDIANTE	EX ENTRADA	EX SALIDA	GANANCIA
E1	0	3	0.6	E1	1	2	0.12
E2	2	3	0.33	E2	2	2	0
E3	1	1	0	E3	1	1	0
E4	2	1	0	E4	0	5	0.5
E5	0	3	0.6	E5	2	1	0
E6	3	3	0	E6	0	1	0.1
E7	0	3	0.6	E7	0	1	0.1
E8	0	1	0.2	E8	0	0	0
E9	0	3	0.6	E9	1	2	0.12
E10	1	0	0	E10	1	1	0
E11	0	1	0.2	E11	4	3	0
E12	2	2	0	E12	3	1	0
E13	0	0	0	E13	2	2	0
E14	0	x	0	E14	1	1	0
E15	0	2	0.4	E15	2	2	0
E16	1	1	0	E16	0	1	0.1
E17	3	3	0	E17	0	1	0.1

La ganancia promedio como medida de la razón entre el incremento del número de aciertos en el examen de salida con respecto al examen de entrada y el máximo incremento posible, fue de 0.32 en el grupo de Dinámica y 0.14 en el grupo de Cálculo Diferencial. Estos datos indican que posiblemente existió un mejor

entendimiento conceptual en los estudiantes de este grupo. Se debe tomar en cuenta que los estudiantes del grupo de Cálculo Diferencial obtuvieron más aciertos en el examen de entrada, lo que posiblemente generó una ganancia menor en comparación con el grupo de Dinámica.

## Conclusiones

Perece ser que los estudiantes de Dinámica se aproximaron a una funcionalidad y transferencia del aprendizaje. Esto tal vez sucedió debido a que los estudiantes de Dinámica ya cursaron la materia de Cálculo Diferencial. Además, estos estudiantes están más acostumbrados a realizar problemas aplicados en distintos subcontextos físicos reales en donde las matemáticas son una herramienta. En cambio, en el grupo de Cálculo Diferencial, generalmente se privilegian las operaciones matemáticas y estas no siempre son contextualizadas.

A lo largo de la implementación del diseño didáctico, se encontraron problemas de entendimiento y errores de resolución en relación al concepto de variación. El problema principal se presentó con la interpretación del comportamiento de los signos (+, -) de las diferencias, así como también, el significado y la relación de los mismos con las funciones de donde provienen las diferencias. Se encontró que fue más sencillo para ambos grupos analizar lo anterior a través de un contexto físico. Posiblemente esto se debió a que el estudiante comprende de manera más clara el comportamiento y la variación de un fenómeno cuando tiene un referente físico

real, el cual puede visualizar y palpar. Tal vez el estudiante tomó ventaja de la tecnología para medir, recabar e interpretar de mejor forma los valores obtenidos de las variables que cambian con respecto al tiempo.

Es importante que a futuro se realicen nuevas investigaciones relacionadas con el aprendizaje significativo y su posible desarrollo, ya que la investigación al respecto es aún muy escasa. Esta propuesta de orden didáctico puede representar un inicio a la continuidad de este tipo de actividades. Es importante que además se realice un estudio profundo de las actividades de aprendizaje propuestas. Por ejemplo, un análisis de las respuestas y razonamientos proporcionados por los estudiantes durante la realización de los exámenes de entrada y salida administrados durante la investigación. Este tipo de actividad podría ampliar los resultados de esta investigación proporcionando un panorama más amplio respecto al diseño de las actividades y sus posibles modificaciones. Esto con la finalidad de lograr aún mejores resultados en el entendimiento de los estudiantes respecto a

los diversos tópicos de la variación, y el

cambio en función del tiempo.

## Referencias

Bruner, J. (1988). Desarrollo cognitivo y educación. Madrid: Morata, pp. 155-158.

Cantoral, R., Montiel, G. (2003). Visualización y pensamiento matemático: El caso de los polinomios interpoladores de Lagrange. *Números*. Núm. 55, 3-6.

Chávez, J. Flores, S. y Chávez, E. (2012). La articulación de los sistemas de representación y distintos contextos para el desarrollo de la abstracción matemática a través del concepto de variación. *Red de investigadores educativos del estado de Chihuahua* 1, 488-498.

Flores, S. Luna, J. y Chávez J. (2008). El aprendizaje de la física y las matemáticas en contexto. *Cultura, ciencia y tecnología* 5(24), 19-24.

González, M. D., Flores, S. y Gutiérrez, R. (2012). Dificultades del aprendizaje de la Física Clásica (pp. 22-24). Berlín: Editorial Académica Española.

Hake, R. (1998). Interactive-engagement vs traditional methods: A six-thousand student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*. 66. 64-74

Luna, J. Flores, S. y Chávez J. (2009). Un estudio de la variación física y la rapidez de cambio. *Cultura, ciencia y tecnología* 6(30), 50-57.

Rapp, D. y Kurby, C. The 'ins' and 'outs' of learning. Internal representations and external visualizations, En J.K Gilbert, M. Reiner & M. Nakhleh (eds), *Visualization: Theory and practice in science education*. 29-52, Springer (2008).