

## Modelo óptimo estocástico de redes de distribución con generación distribuida

Carlos Ponce Corral<sup>1</sup>, Raúl Neco Caberta<sup>1</sup>, Luz Angélica García Villalba<sup>1</sup>, René Alberto Valenzuela<sup>1</sup>, Martha Haifa Tamer Salcido<sup>1</sup>, Gerardo Sandoval Montez<sup>1</sup>, Abel Quezada Carreón<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

### Resumen

El pronóstico de la demanda actualmente es muy variable, lo cual implica un problema de optimización estocástico. En este trabajo es mostrado un modelo de planificación óptima de la generación a mediano plazo, en el cual se incluyen generadores distribuidos. La expansión de la generación es formulada como un problema de optimización del costo de la red (minimización). Los escenarios de la planificación son considerados debidos a la demanda, la estocasticidad de las fuentes de energía renovables y los diferentes componentes de la red. El método bietapa es utilizado para la solución del problema estocástico.

**Palabras clave:** Expansión de la generación, generación distribuida, optimización estocástica.

### Abreviaturas

$C_k^{inv}$ Costo de inversión de la línea $k$ [\$].	$P_g^p$ Potencia activa del generador $g$ .
$C_k^{var}$ Costo variable de la línea $k$ [\$].	$P_g^{max}$ Máxima potencia activa de la unidad de generación $g$ .
$S_{ikj}$ Potencia aparente que fluye por la línea desde el nodo $i$ [kVA].	$P_g^{min}$ Mínima potencia activa de la unidad de generación $g$ .
$S_{ikj}^{max}$ Máxima potencia permitida por el conductor de la línea $k$ [kVA].	$Q_g^p$ Potencia reactiva del generador $g$ .
$S_{Di}$ Demanda en el nodo $i$ [kVA].	$Q_g^{max}$ Máxima potencia reactiva de la unidad de generación $g$ .
$S_{G\ell}$ Nodo de generación $\ell$ [kVA].	$Q_g^{min}$ Mínima potencia reactiva de la unidad de generación $g$ .
$Z_1$ Costo.	$\delta_n$ Ángulo de fase de la tensión en el bus $n$ .
$Z_{1,s}$ Costo estocástico.	$R_{jn}$ Parte real de la línea $j,n$ de la matriz de impedancias.
$S$ Conjunto de escenarios.	$X_{jn}$ Parte imaginaria de la línea $j,n$ de la matriz de impedancias.
$PROB_s$ Probabilidad de cada escenario.	$P_j^d$ Demanda activa en el bus $j$ .
$N_d$ Subconjunto de buses de la red.	
$N_g$ Subconjunto de buses PV de la red.	
$\Phi_i$ Conjunto de líneas conectadas al bus $i$ .	

$Q_j^d$  Demanda reactiva en el bus  $j$ .  
 $Y_{gr,s,k}^s$  Potencia en operación estocástica en escenario  $s$  y en periodo  $k$ .

$Y_{ji}^s$  Potencia de operación para cada escenario  $s$   
 $X_{ij}$  Variable de decisión binaria para construcción de líneas  $c$ .

## Introducción

El objetivo de la planificación de las redes de distribución es conocer con certeza cuál (Ault, McDonald, & Burt, 2003) será la inversión que se deba de contemplar a corto, mediano y largo plazo, para cubrir los requerimientos de la demanda, contemplando para ello, que en cada momento se cumplan las restricciones técnicas requeridas para cumplir con la calidad de la energía. Con una adecuada planificación de las redes de distribución se pueden obtener beneficios tales como al aumento de la vida útil de los equipos y el aumento de la fiabilidad y robustez del sistema (Haesen, Driesen, & Belmans, 2007). El modelo de planificación contempla la inclusión de generación distribuida (GD), la cual puede ser generación por medio de fuentes de energía renovable, como son la turbinas eólicas o los generadores fotovoltaicos, lo que conlleva a tener incertidumbre en la generación, debido a la aleatoriedad del recurso primario de estas fuentes (Aghaei, Shayanfar, & Amjady, 2009). Diferentes metodologías han sido propuestas en la literatura para la solución óptima de redes de distribución, obteniendo la localización y dimensionado óptimos de los generadores a instalarse (Allan, & Billinton, 2000; Ramirez-Rosado, & Gönen, 1991). En este trabajo es propuesta una metodología para ayudar a los diseñadores de redes para una correcta selección de la expansión de la generación.

Se integra en el modelo la estocasticidad de las fuentes de energía eléctrica producida por turbinas eólicas, debido a que son una de las tecnologías más conocidas y de mayor auge (International Energy Agency, 2008; Wang, & Nehrir, 2004). La integración de tales recursos dentro de los sistemas de potencia presenta un reto para los operadores y planificadores (Heier, 1998). Esto es debido a la incertidumbre y variabilidad de la energía eólica, ya que la potencia generada depende de la velocidad del viento (International Energy Agency, 2009). La estocasticidad o incertidumbre se debe generalmente a la carencia de datos fiables, errores en las mediciones o simplemente por tratarse de parámetros que representan información sobre el futuro (Carrión, Arroyo, & Alguacil, 2007). La planificación de sistemas de energía eléctrica asume incertidumbre, la cual surge principalmente en la demanda (García-Ascanio, & Maté, 2010), precios futuros de la electricidad o de los combustibles y las aportaciones de los recursos de los generadores (Alepez, Busquets-Monge, Bordonau, Gago, González, & Balcells, 2006). En algunos casos, todas las decisiones a tomar deben de ser fijadas desde un principio manteniéndose invariables a pesar de que en periodos de tiempo posteriores se disponga de más información sobre los distintos escenarios que puedan existir.

## Metodología

El método propuesto para resolver el modelo es el método estocástico bietapa (Krukanont, & Tezuka, 2007). La primera etapa consta de un nodo común con la misma información bajo todos los escenarios, mientras que la segunda consta de un nodo por escenario. Por tanto, las decisiones de la primera etapa serán las mismas e independientes del escenario, mientras que las de la segunda etapa no se anticipan y dependerán del escenario que acontezca. El programa lineal estocástico de dos etapas con recurso total, originado por Beale (1955), es el problema de encontrar:

$$Z_{PL} = \min c_1 x_1 + E_\varepsilon(\min c_2^\omega x_2^\omega) \quad (1)$$

$$\text{s. a. } A_1 x_1 = b_1 \quad (2)$$

$$A_2^\omega x_1 + A_2 x_2^\omega = b_2^\omega \quad (3)$$

$$x_1 \geq 0, x_2^\omega \geq 0 \quad (4)$$

Las decisiones de la primera etapa son representadas por la letra  $x_1$ . A dicha etapa corresponden los vectores  $c_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $b_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$  y la matriz  $A_1$  de tamaño  $m_1 \times n_1$ , todos ellos conocidos. En la segunda etapa puede acontecer un conjunto de sucesos aleatorios  $\omega \in \Omega$ . Para cada realización  $\omega$ , los datos de la segunda etapa  $A_2^\omega \in M_{m_2 \times n_2}$ ,  $C_2^\omega \in \mathbb{R}^{n_2}$  y  $b_2^\omega \in \mathbb{R}^{m_2}$  son conocidos. Además existe una matriz  $A_2$  de tamaño  $m_2 \times n_2$  fija<sup>4</sup>, independiente del suceso aleatorio  $\omega$  acontecido, llamada

*matriz de recurso*. Cada componente de  $c_2$ ,  $b_2$  y  $A_2$  es además una posible variable aleatoria. Sea  $A_{2,i}^\omega$  la  $i$ -ésima fila de la llamada *matriz tecnológica*  $A_2^\omega$ . Poniendo juntas todas las componentes estocásticas de los datos de la segunda etapa, se obtiene un vector  $\xi^\omega = (c_2^\omega, b_2^\omega, A_{2,1}^\omega, \dots, A_{2,m_2}^\omega)$  con  $N = n_2 + m_2 \times n_1$  componentes potenciales. Como se ha indicado, una realización  $\omega$  influye en varias variables aleatorias, aquí, todas las componentes de  $\xi$ . Sea  $\Xi \subset \mathbb{R}^N$  el conjunto de  $\xi$ , es decir el cerrado más pequeño contenido en  $\mathbb{R}^N$  tal que  $P(\Xi) = 1$ . Como se ha dicho antes, dada realización  $\omega$ , los datos de la segunda etapa son conocidos. Entonces, se toman las decisiones de la segunda etapa  $x_2^\omega$ . La dependencia de  $x_2$  sobre  $\omega$  es de una naturaleza completamente diferente a la dependencia de  $c_2$  u otros parámetros estocásticos sobre  $\omega$ . No es una relación funcional pero indica que las decisiones  $x_2$ , no son normalmente las mismas bajo diferentes realizaciones  $\omega$ . Estas son elegidas de manera que las condiciones (3) y (4) se mantienen casi seguramente, es decir,  $\forall \omega \in \Omega$  excepto tal vez para un conjunto de probabilidad nula. La función objetivo (1) contiene el término determinista  $c_1 x_1$  y la esperanza para los términos de la segunda etapa, tomada para las distintas realizaciones  $\omega \in \Omega$ . Este segundo término es el más difícil de explicar, puesto que para cada  $\omega$ ,

el valor  $x_2^\omega$  es para la solución de un problema lineal. Para remarcar esto, a veces se utiliza la noción de MDE. Para una realización  $\omega$  y un valor de vector  $x_1$ , sea:

$$Q(x_1, \xi^\omega) = \min_{x_2} \{c_2^\omega x_2^\omega : A_2 x_2^\omega = b_2^\omega - A_2^\omega x_1, x_2^\omega \geq 0\} \quad (5)$$

El valor de la función objetivo en la segunda etapa y sea  $E$  la esperanza matemática con respecto a  $\xi$ , entonces se define el valor esperado de la función en la segunda etapa como:

$$Q(x_1) = EQ(x_1, \xi^\omega) \quad (6)$$

Y el modelo determinista equivalente es:

$$Z_{PL} = \text{mín} c_1 x_1 + Q(x_1) \quad (7)$$

$$Z_{PE} = \left| \begin{array}{l} \text{Formulación extendida} \\ \text{mín} \sum_{\omega \in \Omega} w^\omega (c_1^\omega x_1^\omega + c_2^\omega x_2^\omega) \\ A_1 x_1^\omega = b_1 \\ A_2^\omega x_1^\omega + A_2 x_2^\omega = b_2^\omega, \forall \omega \in \Omega \\ x_1^\omega - x_2^\omega = 0, \forall \omega, \omega \in \Omega \\ x_1^\omega \in \mathbb{R}^{+n_1}, x_2^\omega \in \mathbb{R}^{+n_2}, \forall \omega \in \Omega \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \text{Formulación compacta} \\ \text{mín} c_1 x_1 + \sum_{\omega \in \Omega} w^\omega c_2^\omega x_2^\omega \\ A_1 x_1^\omega = b_1 \\ A_2^\omega x_1^\omega + A_2 x_2^\omega = b_2^\omega, \forall \omega \in \Omega \\ x_1^\omega \in \mathbb{R}^{+n_1}, x_2^\omega \in \mathbb{R}^{+n_2}, \forall \omega \in \Omega \end{array} \right|$$

En particular el modelo 0-1, corresponde al modelo anterior, donde los conjuntos  $\mathbb{R}^{+n_1}$  y  $\mathbb{R}^{+n_2}$  son remplazados por  $\{0,1\}^{n_1}$  y  $\{0,1\}^{n_2}$ , respectivamente. Además, si ambas variables pueden tomar valores tanto enteros como reales, el modelo estocástico bietapa mixto, en formulación compacta, es el siguiente:

$$Z_{PM} = \text{mín} \alpha_1 x_1 + c_1 y_1 + \sum_{\omega \in \Omega} w^\omega (a_2^\omega x_2^\omega + c_2^\omega y_2^\omega)$$

$$\text{s. a. } A_1 x_1 + B_1 y_1 = b_1$$

$$\text{s. a. } A_1 x_1 = b_1$$

$$x_1 \geq 0$$

Esta representación de un programa estocástico ilustra claramente que la mayor diferencia con la formulación determinista esta en el valor de la función de la segunda etapa. Si dicha función es dada, entonces un programa estocástico es justamente un programa ordinario no lineal. La formulación (6) y (7) es la más simple para un programa estocástico en dos etapas. Diferentes extensiones son fáciles de modelar. Por ejemplo, si la primera y la segunda etapa corresponden a decisiones de carácter entero, el *modelo estocástico bietapa entero*, en las formulaciones equivalentes, se representa por:

$$\begin{aligned} A_2^\omega x_1 + B_2^\omega y_1 + A_2 x_2^\omega + B_2 y_2^\omega &= b_2^\omega \quad \forall \omega \in \Omega \quad (8) \\ x_1 \in \mathbb{R}^{+n_1}, x_2 \in \mathbb{R}^{+n_2} &\quad \forall \omega \in \Omega, y_1^\omega \in \mathbb{R}^{+n_1}, y_2^\omega \in \mathbb{R}^{+n_2} \quad \forall \omega \in \Omega \end{aligned}$$

Análogamente, se puede definir el modelo de formulación extendida y el modelo 0-1 mixto. Además, se pueden incorporar funciones objetivo o restricciones no lineales para la primera o segunda etapa. En efecto, las formulaciones (6)-(7) pueden ser aplicables para variables discretas y continuas. Esta representación claramente

ilustra la secuencia de acontecimientos en el problema con recurso. Las decisiones de primera etapa  $x_1$  son tomadas en presencia de incertidumbre sobre futuras realizaciones de  $\xi$ . En la segunda etapa, el valor actual de  $\xi$  es conocido, lo que permite tomar acciones de corrección o decisiones de recurso  $x_2$ . Las decisiones de primera etapa, sin embargo, son elegidas sin tener en cuenta efectos futuros de forma individual. Estos efectos futuros vienen medidos por el valor de la función de recurso  $Q(x_1)$ , que calcula el valor esperado de tomar la decisión  $x_1$ . La dificultad inherente en la programación estocástica radica claramente en el peso computacional de  $Q(x_1)$ , para todo  $x$  en (6)-(7). No es sorprendente por tanto, que las propiedades de MDE en general y de la función  $Q(x_1)$  hayan sido extensamente estudiadas. De dichas propiedades, se observa cómo la resolución de problemas estocásticos lineales de grandes dimensiones no es tan compleja como la de aquellos en las que intervienen variables enteras.

### **Fuentes renovables y fuentes convencionales**

Las fuentes de energía renovable (solar, eólica, hidráulica, biomasa, etc.) son incluidas como generación distribuida. En este modelo se incluyen fuentes de energía renovable. En este modelo son incluidos tanto los costos de inversión (coste de equipo e instalación) y los costos de operación y mantenimiento (costo variable).

Las fuentes convencionales (térmica, nuclear, grandes hidroeléctricas, etc.) son las que por lo general suministran la energía necesaria para los centros de consumo. La energía suministrada por estas centrales eléctricas tiene un índice de fiabilidad muy alto, por lo que se incluyen en el modelo suministrando casi el consumo total de la demanda, (mayor de un 80%), que junto con las fuentes de energía renovable deben de suministrar la energía necesaria para los centros de consumo.

### **Caso de estudio**

En la red de distribución de 29 nodos de la figura 1 se requiere conocer la planificación óptima de la expansión de la generación para saber cuál va ser la inversión óptima. Se dispone de varios generadores para satisfacer la demanda durante varios periodos. También, la decisión de inversión puede ser única para todos los periodos.

Los generadores convencionales son instalados en los nodos 1, 2 y 3. La generación distribuida en base a generadores renovables se propone para ser instalada en el nodo 4, nodo 7, nodo 16, nodo 20, nodo 24 y nodo 27.

Las líneas de conexión son construidas con el cable RHZ1 18/30 kV 3x (1x240 mm Al) cuyo límite térmico es de 27.540 MVA. En la tabla 5.3 se muestran las características completas de las líneas incluyendo la longitud de cada tramo de línea y costes de inversión (fijos) y de operación y mantenimiento (variable).

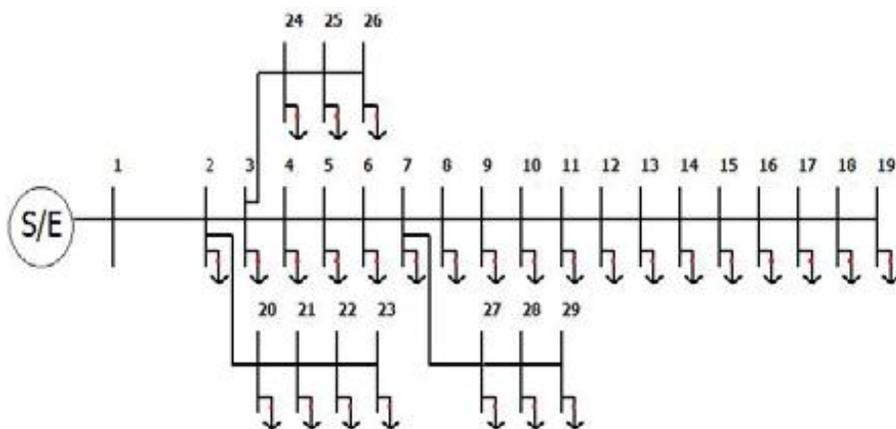


Figura 1. Red radial de 29 nudos

Tabla 1 Datos de generadores convencionales

GENERADORES	P <sub>MIN</sub>	P <sub>MAX</sub>	Q <sub>MIN</sub>	Q <sub>MAX</sub>	S <sub>MIN</sub>	S <sub>MAX</sub>	COSTO
G1	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G2	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G3	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G4	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G5	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G6	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G7	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G8	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00
G9	0.00	6000.0	0.0	5453.8	0.0	8108.3	20.00

Tabla 2. Datos de generadores renovables

GENERADORES	P <sub>MIN</sub>	P <sub>MAX</sub>	Q <sub>MIN</sub>	Q <sub>MAX</sub>	S <sub>MIN</sub>	S <sub>MAX</sub>	COSTO
GR1	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70
GR2	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70
GR3	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70
GR4	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70
GR5	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70
GR6	0.00	6000	0.00	5453.8	0.0	8108.3	9.70

Tabla 3. Datos de las líneas

LÍNEAS	R	X	G	B	FLMAX	CLN	LONG	CVLN	Z	
0	1	0.1288	0.0904	-5.202	3.651	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.1574
1	2	0.1208	0.0848	-5.545	3.893	30000.0	0.010	7.000	0.020	0.1475
2	3	0.2013	0.1413	-3.328	2.336	30000.0	0.010	3.200	0.020	0.2459
3	4	0.3019	0.2119	-2.219	1.558	30000.0	0.010	4.500	0.020	0.3688
4	5	0.2516	0.1766	-2.663	1.869	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.3073
5	6	0.1811	0.1271	-3.700	2.596	30000.0	0.010	4.000	0.020	0.2213
6	7	0.3590	0.2520	-1.866	1.310	30000.0	0.010	8.000	0.020	0.4386
7	8	0.0902	0.0633	-7.428	5.213	30000.0	0.010	8.000	0.020	0.1102
8	9	0.1256	0.0881	-5.336	3.743	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.1534
9	10	0.1092	0.0766	-6.138	4.305	30000.0	0.010	7.000	0.020	0.1334
10	11	0.0902	0.0633	-7.428	5.213	30000.0	0.010	3.200	0.020	0.1102

11	12	0.1711	0.1201	-3.915	2.748	30000.0	0.010	4.500	0.020	0.2090
12	13	0.4528	0.3178	-1.480	1.038	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.5532
13	14	0.5031	0.3531	-1.332	0.935	30000.0	0.010	4.000	0.020	0.6147
14	15	0.3767	0.2644	-1.778	1.248	30000.0	0.010	8.000	0.020	0.4603
15	16	0.2201	0.1545	-3.044	2.137	30000.0	0.010	3.000	0.020	0.2689
16	17	0.3614	0.2537	-1.854	1.301	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.4416
17	18	0.3597	0.2524	-1.863	1.307	30000.0	0.010	7.000	0.020	0.4394
2	19	0.7245	0.5085	-0.925	0.649	30000.0	0.010	3.200	0.020	0.8851
19	20	0.5635	0.3955	-1.189	0.834	30000.0	0.010	4.500	0.020	0.6884
20	21	0.3542	0.2486	-1.891	1.328	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.4327
21	22	0.3703	0.2599	-1.809	1.270	30000.0	0.010	4.000	0.020	0.4524
3	23	0.7245	0.5085	-0.925	0.649	30000.0	0.010	8.000	0.020	0.8851
23	24	0.2898	0.2034	-2.312	1.623	30000.0	0.010	3.300	0.020	0.3541
24	25	0.1932	0.1356	-3.468	2.434	30000.0	0.010	2.000	0.020	0.2360
6	26	0.8372	0.5876	-0.800	0.562	30000.0	0.010	7.000	0.020	1.0228
26	27	0.1771	0.1243	-3.783	2.655	30000.0	0.010	3.200	0.020	0.2164
27	28	0.1530	0.1074	-4.378	3.074	30000.0	0.010	4.500	0.020	0.1869

En la tabla 5.4 se muestran las demandas en los distintos periodos y los distintos escenarios. Se debe de realizar un estudio detallado para poder realizar una

predicción de la demanda más confiable, ya que de este análisis depende la correcta planificación de la expansión de la generación.

Tabla 5.4 Datos de demanda de potencia en escenarios  
(a) escenario 1 (b) escenario 2 (c) escenario 3

(a) Escenario 1

NUDOS	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DECIEMBRE
0	420.00	504.00	588.00	630.00	567.00	609.00	638.40	621.60	600.60	579.60	546.00	462.00
1	470.00	564.00	658.00	705.00	634.50	681.50	714.40	695.60	672.10	648.60	611.00	517.00
2	772.00	926.40	1080.80	1158.00	1042.20	1119.40	1173.44	1142.56	1103.96	1065.36	1003.60	849.20
3	714.00	856.80	999.60	1071.00	963.90	1035.30	1085.28	1056.72	1021.02	985.32	928.20	785.40
4	840.00	1008.00	1176.00	1260.00	1134.00	1218.00	1276.80	1243.20	1201.20	1159.20	1092.00	924.00
5	336.00	403.20	470.40	504.00	453.60	487.20	510.72	497.28	480.48	463.68	436.80	369.60
6	630.00	756.00	882.00	945.00	850.50	913.50	957.60	932.40	900.90	869.40	819.00	693.00
7	520.00	624.00	728.00	780.00	702.00	754.00	790.40	769.60	743.60	717.60	676.00	572.00
8	672.00	806.40	940.80	1008.00	907.20	974.40	1021.44	994.56	960.96	927.36	873.60	739.20
9	420.00	504.00	588.00	630.00	567.00	609.00	638.40	621.60	600.60	579.60	546.00	462.00
10	470.00	564.00	658.00	705.00	634.50	681.50	714.40	695.60	672.10	648.60	611.00	517.00
11	772.00	926.40	1080.80	1158.00	1042.20	1119.40	1173.44	1142.56	1103.96	1065.36	1003.60	849.20
12	714.00	856.80	999.60	1071.00	963.90	1035.30	1085.28	1056.72	1021.02	985.32	928.20	785.40
13	840.00	1008.00	1176.00	1260.00	1134.00	1218.00	1276.80	1243.20	1201.20	1159.20	1092.00	924.00
14	336.00	403.20	470.40	504.00	453.60	487.20	510.72	497.28	480.48	463.68	436.80	369.60
15	630.00	756.00	882.00	945.00	850.50	913.50	957.60	932.40	900.90	869.40	819.00	693.00
16	520.00	624.00	728.00	780.00	702.00	754.00	790.40	769.60	743.60	717.60	676.00	572.00
17	672.00	806.40	940.80	1008.00	907.20	974.40	1021.44	994.56	960.96	927.36	873.60	739.20
18	420.00	504.00	588.00	630.00	567.00	609.00	638.40	621.60	600.60	579.60	546.00	462.00
19	470.00	564.00	658.00	705.00	634.50	681.50	714.40	695.60	672.10	648.60	611.00	517.00
20	772.00	926.40	1080.80	1158.00	1042.20	1119.40	1173.44	1142.56	1103.96	1065.36	1003.60	849.20
21	714.00	856.80	999.60	1071.00	963.90	1035.30	1085.28	1056.72	1021.02	985.32	928.20	785.40
22	840.00	1008.00	1176.00	1260.00	1134.00	1218.00	1276.80	1243.20	1201.20	1159.20	1092.00	924.00
23	336.00	403.20	470.40	504.00	453.60	487.20	510.72	497.28	480.48	463.68	436.80	369.60
24	630.00	756.00	882.00	945.00	850.50	913.50	957.60	932.40	900.90	869.40	819.00	693.00
25	520.00	624.00	728.00	780.00	702.00	754.00	790.40	769.60	743.60	717.60	676.00	572.00
26	672.00	806.40	940.80	1008.00	907.20	974.40	1021.44	994.56	960.96	927.36	873.60	739.20
27	430.00	516.00	602.00	645.00	580.50	623.50	653.60	636.40	614.90	593.40	559.00	473.00
28	334.00	400.80	467.60	501.00	450.90	484.30	507.68	494.32	477.62	460.92	434.20	367.40

## (b) Escenario 2

NODOS	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
0	504.00	604.80	705.60	756.00	680.40	730.80	766.08	745.92	720.72	695.52	655.20	554.40
1	564.00	676.80	789.60	846.00	761.40	817.80	857.28	834.72	806.52	778.32	733.20	620.40
2	926.40	1111.68	1296.96	1389.60	1250.64	1343.28	1408.13	1371.07	1324.75	1278.43	1204.32	1019.04
3	856.80	1028.16	1199.52	1285.20	1156.68	1242.36	1302.34	1268.06	1225.22	1182.38	1113.84	942.48
4	1008.00	1209.60	1411.20	1512.00	1360.80	1461.60	1532.16	1491.84	1441.44	1391.04	1310.40	1108.80
5	403.20	483.84	564.48	604.80	544.32	584.64	612.86	596.74	576.58	556.42	524.16	443.52
6	756.00	907.20	1058.40	1134.00	1020.60	1096.20	1149.12	1118.88	1081.08	1043.28	982.80	831.60
7	624.00	748.80	873.60	936.00	842.40	904.80	948.48	923.52	892.32	861.12	811.20	686.40
8	806.40	967.68	1128.96	1209.60	1088.64	1169.28	1225.73	1193.47	1153.15	1112.83	1048.32	887.04
9	504.00	604.80	705.60	756.00	680.40	730.80	766.08	745.92	720.72	695.52	655.20	554.40
10	564.00	676.80	789.60	846.00	761.40	817.80	857.28	834.72	806.52	778.32	733.20	620.40
11	926.40	1111.68	1296.96	1389.60	1250.64	1343.28	1408.13	1371.07	1324.75	1278.43	1204.32	1019.04
12	856.80	1028.16	1199.52	1285.20	1156.68	1242.36	1302.34	1268.06	1225.22	1182.38	1113.84	942.48
13	1008.00	1209.60	1411.20	1512.00	1360.80	1461.60	1532.16	1491.84	1441.44	1391.04	1310.40	1108.80
14	403.20	483.84	564.48	604.80	544.32	584.64	612.86	596.74	576.58	556.42	524.16	443.52
15	756.00	907.20	1058.40	1134.00	1020.60	1096.20	1149.12	1118.88	1081.08	1043.28	982.80	831.60
16	624.00	748.80	873.60	936.00	842.40	904.80	948.48	923.52	892.32	861.12	811.20	686.40
17	806.40	967.68	1128.96	1209.60	1088.64	1169.28	1225.73	1193.47	1153.15	1112.83	1048.32	887.04
18	504.00	604.80	705.60	756.00	680.40	730.80	766.08	745.92	720.72	695.52	655.20	554.40
19	564.00	676.80	789.60	846.00	761.40	817.80	857.28	834.72	806.52	778.32	733.20	620.40
20	926.40	1111.68	1296.96	1389.60	1250.64	1343.28	1408.13	1371.07	1324.75	1278.43	1204.32	1019.04
21	856.80	1028.16	1199.52	1285.20	1156.68	1242.36	1302.34	1268.06	1225.22	1182.38	1113.84	942.48
22	1008.00	1209.60	1411.20	1512.00	1360.80	1461.60	1532.16	1491.84	1441.44	1391.04	1310.40	1108.80
23	403.20	483.84	564.48	604.80	544.32	584.64	612.86	596.74	576.58	556.42	524.16	443.52
24	756.00	907.20	1058.40	1134.00	1020.60	1096.20	1149.12	1118.88	1081.08	1043.28	982.80	831.60
25	624.00	748.80	873.60	936.00	842.40	904.80	948.48	923.52	892.32	861.12	811.20	686.40
26	806.40	967.68	1128.96	1209.60	1088.64	1169.28	1225.73	1193.47	1153.15	1112.83	1048.32	887.04
27	516.00	619.20	722.40	774.00	696.60	748.20	784.32	763.68	737.88	712.08	670.80	567.60
28	400.80	480.96	561.12	601.20	541.08	581.16	609.22	593.18	573.14	553.10	521.04	440.88

## (c) Escenario 3

NODOS	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
0	546.00	655.20	764.40	819.00	737.10	791.70	829.92	808.08	780.78	753.48	709.80	600.60
1	611.00	733.20	855.40	916.50	824.85	885.95	928.72	904.28	873.73	843.18	794.30	672.10
2	1003.60	1204.32	1405.04	1505.40	1354.86	1455.22	1525.47	1485.33	1435.15	1384.97	1304.68	1103.96
3	928.20	1113.84	1299.48	1392.30	1253.07	1345.89	1410.86	1373.74	1327.33	1280.92	1206.66	1021.02
4	1092.00	1310.40	1528.80	1638.00	1474.20	1583.40	1659.84	1616.16	1561.56	1506.96	1419.60	1201.20
5	436.80	524.16	611.52	655.20	589.68	633.36	663.94	646.46	624.62	602.78	567.84	480.48
6	819.00	982.80	1146.60	1228.50	1105.65	1187.55	1244.88	1212.12	1171.17	1130.22	1064.70	900.90
7	676.00	811.20	946.40	1014.00	912.60	980.20	1027.52	1000.48	966.68	932.88	878.80	743.60
8	873.60	1048.32	1223.04	1310.40	1179.36	1266.72	1327.87	1292.93	1249.25	1205.57	1135.68	960.96
9	546.00	655.20	764.40	819.00	737.10	791.70	829.92	808.08	780.78	753.48	709.80	600.60
10	611.00	733.20	855.40	916.50	824.85	885.95	928.72	904.28	873.73	843.18	794.30	672.10
11	1003.60	1204.32	1405.04	1505.40	1354.86	1455.22	1525.47	1485.33	1435.15	1384.97	1304.68	1103.96
12	928.20	1113.84	1299.48	1392.30	1253.07	1345.89	1410.86	1373.74	1327.33	1280.92	1206.66	1021.02
13	1092.00	1310.40	1528.80	1638.00	1474.20	1583.40	1659.84	1616.16	1561.56	1506.96	1419.60	1201.20
14	436.80	524.16	611.52	655.20	589.68	633.36	663.94	646.46	624.62	602.78	567.84	480.48
15	819.00	982.80	1146.60	1228.50	1105.65	1187.55	1244.88	1212.12	1171.17	1130.22	1064.70	900.90
16	676.00	811.20	946.40	1014.00	912.60	980.20	1027.52	1000.48	966.68	932.88	878.80	743.60
17	873.60	1048.32	1223.04	1310.40	1179.36	1266.72	1327.87	1292.93	1249.25	1205.57	1135.68	960.96
18	546.00	655.20	764.40	819.00	737.10	791.70	829.92	808.08	780.78	753.48	709.80	600.60
19	611.00	733.20	855.40	916.50	824.85	885.95	928.72	904.28	873.73	843.18	794.30	672.10
20	1003.60	1204.32	1405.04	1505.40	1354.86	1455.22	1525.47	1485.33	1435.15	1384.97	1304.68	1103.96
21	928.20	1113.84	1299.48	1392.30	1253.07	1345.89	1410.86	1373.74	1327.33	1280.92	1206.66	1021.02
22	1092.00	1310.40	1528.80	1638.00	1474.20	1583.40	1659.84	1616.16	1561.56	1506.96	1419.60	1201.20
23	436.80	524.16	611.52	655.20	589.68	633.36	663.94	646.46	624.62	602.78	567.84	480.48
24	819.00	982.80	1146.60	1228.50	1105.65	1187.55	1244.88	1212.12	1171.17	1130.22	1064.70	900.90
25	676.00	811.20	946.40	1014.00	912.60	980.20	1027.52	1000.48	966.68	932.88	878.80	743.60
26	873.60	1048.32	1223.04	1310.40	1179.36	1266.72	1327.87	1292.93	1249.25	1205.57	1135.68	960.96
27	559.00	670.80	782.60	838.50	754.65	810.55	849.68	827.32	799.37	771.42	726.70	614.90
28	434.20	521.04	607.88	651.30	586.17	629.59	659.98	642.62	620.91	599.20	564.46	477.62

La demanda en los distintos periodos y escenarios, la cual es determinista. En base a dichas demandas deterministas se determinan probables cambios, pudiendo ser el más favorable cuando se tenga la menor demanda y el más desfavorable cuando se tenga la demanda pico de cada escenario. La tabla 5 muestra la probabilidad de cada escenario. En este caso específico se ven tres escenarios en donde se suponen probabilidades tanto muy altas como muy bajas.

Tabla 5. Probabilidad de escenarios

Escenarios	Probabilidad
Escenario 1	0.2
Escenario 2	0.3
Escenario 3	0.5

El costo de los equipos varía de acuerdo a su localización y recurso primario que se utilice. El costo de los equipos es proporcional al tamaño de los mismos, aunque realizar el montaje de una planta generadora tiene su propia problemática, como puede ser el (Bouffard, & Galiana, 2008) transporte de los materiales para su instalación, el tipo de tecnología empleada, etc. El costo variable de la generación (operación mas mantenimiento) está determinado de acuerdo al suministro de combustible y la distancia donde se ubique, así como cual es el aumento a mediano y a largo plazo. Los costos de mantenimiento pueden ser menores si en un periodo a mediano plazo la capacidad de la planta de generación aumenta.

## Formulación matemática

Primero se verá un escenario determinista cualquiera. La función objetivo será minimizar la suma de costos fijos de inversión más los costos fijos de operación de los grupos de generación a instalar más las líneas de la red para cada escenario (El-Khattam, Bhattacharya, Hegazy, & Salama, 2004).

*Función objetivo:*

La función objetivo es la minimización del costo de los equipos de generación, donde se incluyen costos fijos de los equipos y costos variables.

$$\min Z_1 = \sum_G P_G^g C_G^{inv} + \sum_G \sum_t P_{G,t}^g C_{G,t}^{var}$$

Función objetivo estocástica, donde se incluyen las probabilidades de cada escenario.

$$\min Z_{1,s} = \sum_G P_G^g C_G^{inv} + \sum_G \sum_t \sum_s PROB_s YS_{g,k}$$

La optimización (minimización del costo) de la función objetivo esta sujeta a las restricciones técnicas que rigen a la red, como son: balance de potencia en los nodos, límites de capacidad de los generadores, límites de capacidad de los generadores distribuidos, límites de tensión en nodos, restricciones lógicas (involucrando las variables de decisión enteras) y todas las restricciones para el flujo óptimo de cargas (OPF). Por lo tanto, las siguientes restricciones deben ser consideradas:

*Restricciones*

Balance de potencia en los buses (primera ley de Kirchhoff):

$$\sum_{l \in \Phi_i^m} \sum_{j \in n} S_{ij} - \sum_{l \in \Phi_i^{md}} \sum_{j \in n} S_{ji} + \sum_{g \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{gm}^G + \sum_{r \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{rm}^G + \sum_{s \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{sm}^G = S_{im}^D \quad La$$

potencia máxima de los generadores debe ser mayor o igual que la demanda:

$$\sum_{g \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{gm}^G + \sum_{r \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{rm}^G + \sum_{s \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{sm}^L - \sum_{s \in \Omega_i} \sum_{j \in n} S_{sm}^D \geq S_{im}^D \quad EI$$

flujo de potencia en las líneas debe ser menor al límite térmico del conductor:

$$S_{ilj} \leq S_{ilj}^{max} \cdot X_{ilj} \quad \forall i \in N, \forall k \in \Phi_i, j \in R$$

Límite de la potencia activa:

$$P_i^{min} \leq P_i^G \leq S_i^{max} \quad \forall i \in N_d, \forall k \in \Phi_i, j \in R$$

Límite de la potencia reactiva:

$$Q_i^{min} \leq Q_i^G \leq Q_i^{max} \quad \forall i \in \Psi_i, \quad \forall n \in N_g$$

$$-\pi \leq \delta_n \leq \pi, \quad \forall n \in N / \{n_s\}$$

$$\delta_n = 0, \quad n_s: swing bus$$

$$Y_{ji}^s \leq G_{g,i} \quad \forall ji$$

**Resultados**

La tendencia de la expansión de la generación de acuerdo a los diferentes escenarios se observa en las tablas 6(a), 6 (b) y 6(c). En el escenario determinista 1 es cuando existe menor generación así como el costo es menor. En este caso de estudio se puede observar las decisiones de inversión cambian de acuerdo a la probabilidad de cada escenario.

Tabla 6 (a) Expansión de la generación escenario 1

GENERADOR	POTENCIA(KW)	
	DETERM.	PROB
GENERADOR CONVENCIONAL 2	1352.8	1217.52
GENERADOR CONVENCIONAL 5	1887.8	1699.06
GENERADOR CONVENCIONAL 8	1596.0	1436.4
GENERADOR RENOVABLE 1	5935.0	4741.5
GENERADOR RENOVABLE 2	6000.0	6000.0
GENERADOR RENOVABLE 3	2450.2	2205.2
GENERADOR RENOVABLE 4	3535.5	3182.0
GENERADOR RENOVABLE 5	1748.0	1573.2
GENERADOR RENOVABLE 6	1161.3	1045.2
COSTO	698522	658149

Tabla 6 (b) Expansión de la generación escenario 2

GENERADOR	POTENCIA(KW)	
	DETERM.	PROB
GENERADOR CONVENCIONAL 2	1623.4	2435.0
GENERADOR CONVENCIONAL 5	2265.4	0.0
GENERADOR CONVENCIONAL 6	0.0	3762.0
GENERADOR CONVENCIONAL 7	0.0	6000.0
GENERADOR CONVENCIONAL 8	0.0	5714.9
GENERADOR CONVENCIONAL 9	4237.2	640.9
GENERADOR RENOVABLE 1	6000.0	6000.0
GENERADOR RENOVABLE 2	6000.0	6000.0
GENERADOR RENOVABLE 3	2940.3	4410.4
GENERADOR RENOVABLE 4	4242.6	6000.0
GENERADOR RENOVABLE 5	2097.6	3146.4
GENERADOR RENOVABLE 6	1393.5	2090.3
COSTE	818087	1147679

Tabla 6 (c) Expansión de la generación escenario 3

GENERADOR	POTENCIA(KW)	
	DETERM.	PROB
GENERADOR CONVENCIONAL 2	1758.6	1055.2
GENERADOR CONVENCIONAL 5	2454.2	1472.5
GENERADOR CONVENCIONAL 8	0.0	1244.9
GENERADOR CONVENCIONAL 9	5590.4	0.0
GENERADOR RENOVABLE 1	6000.0	3309.3
GENERADOR RENOVABLE 2	6000.0	6000.0
GENERADOR RENOVABLE 3	3185.3	1911.2
GENERADOR RENOVABLE 4	4596.2	2757.7
GENERADOR RENOVABLE 5	2272.4	1363.4
GENERADOR RENOVABLE 6	1509.7	905.8
COSTE	871868.2	601080.1

En la figura 2 (a-f) se puede observar el comportamiento de la generación por

periodos y en los diferentes escenarios, tanto determinista como estocástico.

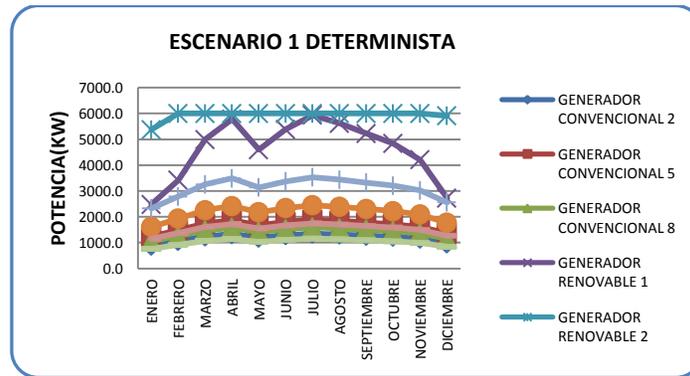


Figura 2 (a) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 1 determinista

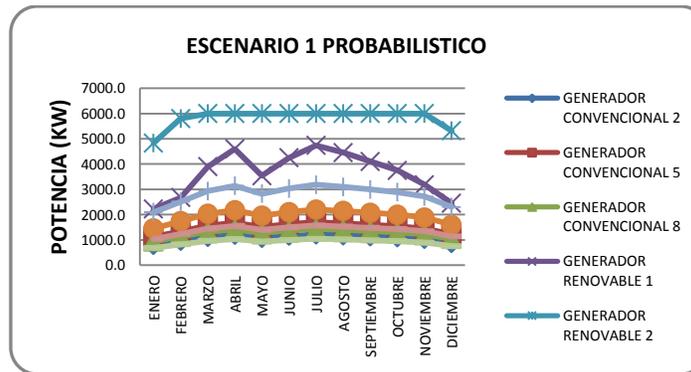


Figura 2 (b) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 1 probabilístico

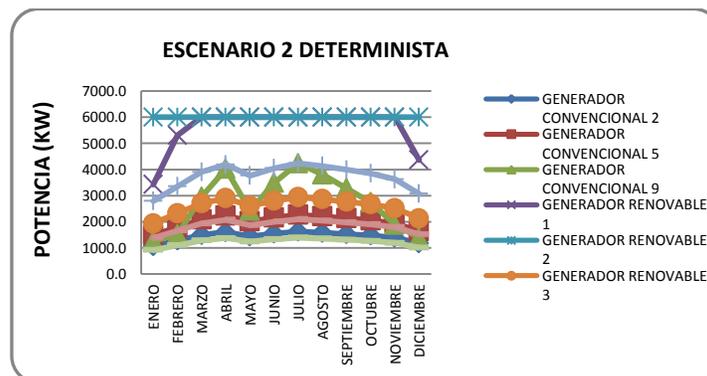


Figura 2 (c) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 2 determinista

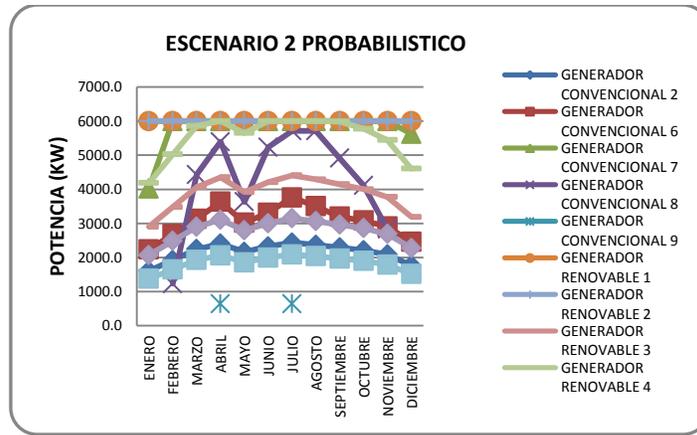


Figura 2 (d) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 2 probabilístico

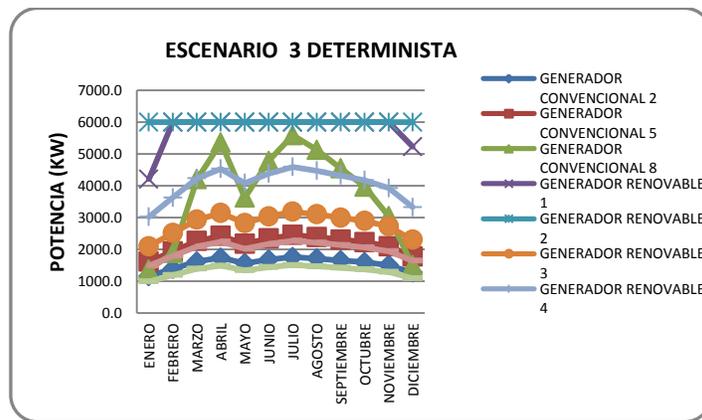


Figura 2 (e) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 3 determinista

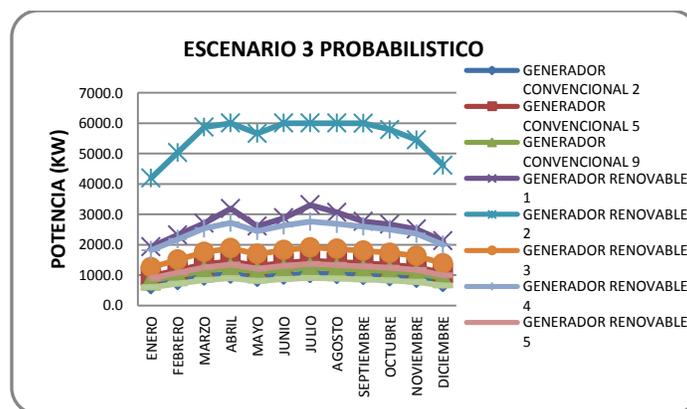


Figura 2 (f) Expansión de la potencia de los generadores de la red Escenario 3 probabilístico

## Conclusiones

Se conoce cuál es la expansión de la generación de acuerdo a la distribución de la probabilidad. El comportamiento de la demanda se realiza de acuerdo a estadísticas. En base al crecimiento que se tenga se podrían realizar mejoras, tanto en la misma red de distribución, como en sistemas indirectos. Los resultados obtenidos nos permiten poder realizar una inversión apropiada. El método bietapa es efectivo ya que el tiempo de programación es rápido. La generación distribuida ocasiona que los flujos de potencia en las líneas sean menores, ya que el suministro de la potencia de la demanda se hace en el sitio o cercano al sitio donde se instalen los generadores distribuidos. El costo que se obtiene es el

mínimo al realizar la optimización de acuerdo a las restricciones técnicas que rigen el sistema de distribución. Los requerimientos de la demanda serán cubiertos en cada periodo por los generadores convencionales y renovables. El tamaño de los generadores obtenido para instalarse en el sistema es el mínimo recomendado. Es obvio que se deben de instalar generadores de tamaños comerciales, inmediatamente mayores al tamaño obtenido en esta optimización y también de acuerdo a los planes de expansión que se tengan a largo plazo (entre 10 y 20 años), para no tener que realizar cambios inmediatos en el sistema.

## Referencias

Aghaei, J., Shayanfar, H. A., & Amjady, N. (2009). Joint market clearing in a stochastic framework considering power system security. *Applied Energy*, 86(9), 1675-1682.

Alepuz, S., Busquets-Monge, S., Bordonau, J., Gago, J., González, D., & Balcells, J. (2006). Interfacing renewable energy sources to the utility grid using a three-level inverter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(5), 1504-1511.

Allan, R., & Billinton, R. (2000). Probabilistic assessment of power systems. *Proceedings of the IEEE*, 88(2), 140-162.

Ault, G. W., McDonald, J. R., & Burt, G. M. (2003). Strategic analysis framework for evaluating distributed generation and utility strategies. *IEEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 150(4), 475-481.

Beale, E. M. (1955). On minimizing a convex function subject to linear inequalities. *Journal*

of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 173-184.

Bouffard, F., & Galiana, F. D. (2008, July). Stochastic security for operations planning with significant wind power generation. In *Power and Energy Society General Meeting-Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008 IEEE (pp. 1-11). IEEE.

Carrión, M., Arroyo, J. M., & Alguacil, N. (2007). Vulnerability-constrained transmission expansion planning: A stochastic programming approach. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 22(4), 1436-1445.

El-Khattam, W., Bhattacharya, K., Hegazy, Y., & Salama, M. M. A. (2004). Optimal investment planning for distributed generation in a competitive electricity market. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3), 1674-1684.

García-Ascanio, C., & Maté, C. (2010). Electric power demand forecasting using interval

time series: A comparison between VAR and iMLP. *Energy Policy*, 38(2), 715-725.

Haesen, E., Driesen, J., & Belmans, R. (2007). Robust planning methodology for integration of stochastic generators in distribution grids. *IET Renewable power generation*, 1(1), 25-32.

Heier, S. (1998). *Grid integration of wind energy conversion systems*. Wiley.

International Energy Agency. 2009. *Ensuring green growth in a time of economic crisis: The role of energy technology*. Paris: IEA

International Energy Agency. (2008). *Renewable energy essentials: Wind*. OECD/IEA.

Krukanont, P., & Tezuka, T. (2007). Implications of capacity expansion under uncertainty and value of information: the near-term energy planning of Japan. *Energy*, 32(10), 1809-1824.

Ramirez-Rosado, I. J., & Gönen, T. (1991). Pseudodynamic planning for expansion of power distribution systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 6(1), 245-254.

Wang, C., & Nehrir, M. H. (2004). Analytical approaches for optimal placement of distributed generation sources in power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(4), 2068-2076.