

Prototipo didáctico de un tren de engranes controlado por medio de un motor a pasos de DC

Luz Angélica García Villalba¹, Carlos Ponce Corral¹, Raúl Neco Caberta¹, Jesús Emanuel de la Torre¹
Francisco Javier Enríquez Aguilera¹, José Fernando Estrada Saldaña¹

¹Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

Resumen

Es curioso saber cómo el hombre a través del tiempo se ha basado en la naturaleza para crear mecanismos o sistemas para beneficio propio como pudo haber sido el caso de los sistemas de engranaje que funcionan hoy en día. De igual manera que Issus coleopraturu un saltamontes capaz de alcanzar una gran aceleración en un salto gracias a sus patas en forma de un sistema de engranaje lo cual fue dicho en una publicación de la revista científica el 13 de septiembre del año 2013 (Burrows & Sutton, 2013). "Si quieres aprender, enseña" (Cicerón, s.f.), con base en esta premisa y la continua discrepancia visualizada en el aula de clases en el momento de dibujar una figura para visualizar fuerzas, torques o giros en un sistema de engranajes es conveniente crear un sistema propio para mejorar la visualización de estos aspectos. Además de que con ellos es más factible la creación de problemas reales para relacionar lo teórico con lo práctico. El sistema de engranaje cuenta con 12 engranes de diferentes diámetros y diferentes números de dientes rectos. Un motor a pasos de CC para mover a los engranes mediante una tarjeta electrónica mega 2560 y 3 sensores inductivos que están colocados en los engranes para medir las revoluciones por minuto. Una interfaz HMI para monitores e interactuar con el sistema en relación a torque, velocidad o corriente del mismo. El sistema permite comprobar teorías, despejar dudas, así como el control y programación del sistema.

Palabras clave: Engranes, interfaz HMI, educación.

Introducción

Es importante tener los conocimientos teóricos para poder aplicarlos en la solución de problemas prácticos. En ocasiones es difícil para un alumno implementar la teoría en un sistema real, donde se requiere hacer uso de varios conocimientos o disciplinas complementarias a su formación. Por no estar en ambientes prácticos, el alumno no conjuga la teoría con la práctica. Sustentar la teoría con la práctica es demasiado

importante para la formación complementaria de un estudiante.

Objetivo

Crear un sistema de engranajes didáctico que complemente la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos en los temas relacionados a velocidad, torque, control y programación.

Justificación.

A Veces es complicado visualizar un tren de engranes y aún más, complementar la parte teórica con la práctica. Lo que conlleva a aplicar diferentes tipos de fórmulas para establecer qué tipo de engrane tengo que diseñar o implementar para transmitir

potencia o velocidad en un mecanismo deseado. La visualización y aplicación de la teoría en la práctica facilita el conocimiento y aplicación de varias disciplinas dentro de la mecatrónica. Y mucha más con una interfaz hombre máquina donde me permita variar parámetros propios del sistema.

Materiales y Métodos

Los materiales utilizados.

- Microcontrolador mega 2560
- Cables
- Laptop
- Tren de engranes de 12 diámetros diferentes
- Interfaz gráfica
- Motor a pasos de 1.8° , 5v., torque .1N.M, corriente .67amp.

Tren de engranes

Dando una explicación de los engranes breve mente podemos decir que son ruedas dentadas que se usan para transmitir movimiento y potencia desde un eje giratorio hasta otro. El Tren de engranes se muestra en la figura 1, cuenta con 12 diferentes engranes rectos. En la tabla 1 se muestran los diámetros y número de dientes de cada uno de ellos.

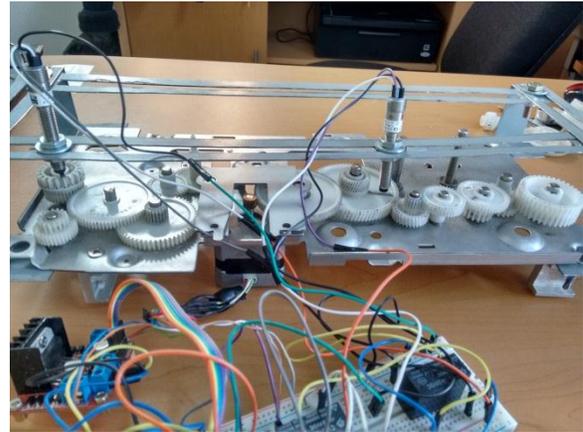


Figura 1

Tabla 1

#	Diámetro	Número de dientes
1	7.85 mm	19
2	53.24 mm	124
3	20.25 mm	30
4	69.34 mm	82
5	22.50 mm	38
6	10.67 mm	18
7	26.16 mm	44
8	30.58 mm	52
9	17.42 mm	18
10	20.34 mm	28
11	18.54 mm	17
12	38.64 mm	36

En relación a la velocidad podemos decir que el engrane mayor gira con más longitud que el engrane inferior, en la ecuación 1 se muestra la relación.

$$\frac{n_p}{n_G} = \frac{N_p}{N_G} \quad (1)$$

Dónde:

n_p = Velocidad de entrada.

n_G = Velocidad de salida.

N_p = Número de engranes mayor.

N_G = Número de engranes menor.

Vamos a aplicarlo un ejemplo de los engranes que tenemos, usando un motor de a pasos de 130 rpm. El valor que refleja la ecuación número 2 muestra la velocidad de salida que es mayor a la del motor.

$$n_G = n_p \left(\frac{N_p}{N_G} \right) = (130 \text{ rpm}) \left(\frac{28}{17} \right) \quad (2)$$

$$= 214.1176471 \text{ rpm}$$

Por otra parte, se puede ver la relación existente entre dos engranes de diferente tamaño y por consiguiente la cantidad de dientes. Cuando hablamos en un sistema de engranes donde hay un conjunto de 2 o más engranes como el sistema que se tiene de 12 engranes, el término que se utiliza es tren de engrane (TV). Donde se puede ver la relación de velocidad de entrada (VR_2) entre la velocidad de salida (VR_1). La relación de velocidad que usaremos será como se muestra en la ecuación 3.

$$VR_1 = \frac{n_A}{n_B} \quad (3)$$

$$VR_2 = \frac{n_C}{n_D}$$

Donde:

VR_1 = Velocidad de Salida

VR_2 = Velocidad de Entrada

TV = Tren de engranes

Entonces el valor del tren (TV) es:

$$TV = (VR_1)(VR_2) = \frac{n_A n_C}{n_B n_D} \quad (4)$$

Pero como los engranes 2-3, 5-6, 8-9, 10-12, están en el mismo eje, su relación será $n_A = n_B$, y la ecuación se determina del engrane n_A hasta el engrane n_D como se muestra en la ecuación 5.

La figura 2 muestra el tren de engranes del lado derecho del sistema.

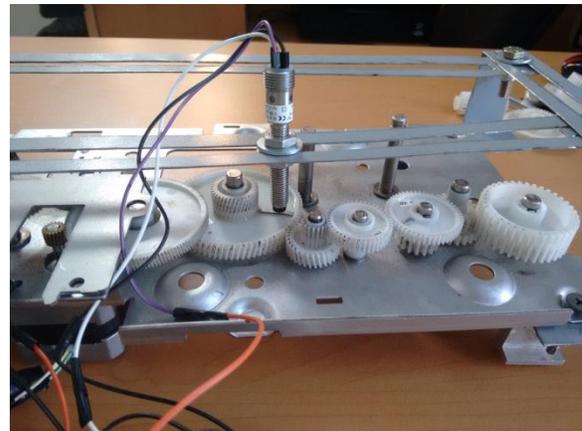


Figura 2

$$TV = \frac{n_A}{n_D} \quad (5)$$

Se sustituye el tren de engrane y se muestra en la ecuación 6 la relación de velocidad del engrane A sobre la velocidad del engrane D. Se establece la velocidad de entrada que está dada a 4 engranes y de ese modo se distribuye la velocidad. Se usarán los datos obtenidos y se obtendrá el tren de velocidades del eje de salida utilizando 130 rpm en sentido horario.

$$TV = \frac{n_A}{n_D} = \frac{\text{Velocidad de entrada}}{\text{Velocidad de salida}}$$

$$TV = (VR_1)(VR_2) = \frac{N_A N_C}{N_B N_D} = \frac{\text{número de dientes en los engranes conducidos}}{\text{número de dientes en los engranes conductores}}$$

$$TV = \frac{124}{30} \times \frac{52}{38} = 5.6561403$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{130 \text{ rpm}}{5.65614035} = 22.98387097 \text{ rpm}$$

Utilizando los valores anteriores para continuar el tren de engranes, ahora tenemos 22.98387097 rpm y se sustituyen valores en la ecuación 8

$$TV = \frac{38}{18} \times \frac{44}{52} = 1.78632478632478$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{22.98387097 \text{ rpm}}{1.78632478632478} = 12.86656892 \text{ rpm} \quad (8)$$

Utilizando los valores anteriores para continuar el sistema de engranaje, ahora tenemos 12.86656892 rpm, se sustituyen valores de número de dientes y se sustituyen en las ecuaciones 9 y 10.

$$TV = \frac{52}{18} \times \frac{28}{17} = 4.7581699346403 \quad (9)$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{12.86656892 \text{ rpm}}{4.75816993464052287} = 2.704069137 \text{ rpm} \quad (10)$$

Utilizando los valores anteriores para continuar el sistema de engranaje, ahora tenemos 2.704069137 rpm, de igual manera se sustituyen valores en las ecuaciones 11 y 12

$$TV = \frac{17}{36} = 0.47222222 \quad (11)$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{2.704069137 \text{ rpm}}{0.47222222222222} = 5.726264055 \text{ rpm} \quad (12)$$

Después de calcular las rpm del tren de engranes es importante calcular la relación de transmisión desde el engrane A hasta el D, como se muestra en la ecuación 13. Para calcular el torque existente del tren de engranes podemos explicar un teorema principal de éste mecanismo que es la rueda dentada doble. Consiste en dos engranajes de igual paso, pero de diferente número de dientes, unidos entre sí. Para la relación de transmisión se utiliza la ecuación 13 que se muestra en la parte de abajo:

$$N2 = N1 \times \left(\frac{Za}{Zb}\right) \quad (13)$$

$$N4 = N3 \times \left(\frac{Zc}{Zd}\right)$$

$$N4 = N1 \times \left(\frac{Za \times Zc \times Ze}{Zb \times Zd \times Zf}\right)$$

Para poder calcular la relación de transmisión se utiliza la ecuación 14.

$$i = \text{relación de transmisión}$$

$$i = \left(\frac{Za \times Zc \times Ze}{Zb \times Zd \times Zf} \right)^{-1} \quad (14)$$

$$= \left(\frac{Zb \times Zd \times Zf}{Za \times Zc \times Ze} \right)$$

$$i = \left(\frac{Zb \times Zd \times Zf}{Za \times Zc \times Ze} \right) = \frac{52 \times 28 \times 36}{44 \times 18 \times 17} = 0.0005646399$$

La carga transmitida será calculada mediante la ecuación 15.

$$W_t = \frac{2T}{D} \quad (15)$$

Dónde:

W_t = Carga Transmitida (N)

T = Par Torsional (torque N.M)

D = Diámetro de paso del engrane (M)

Para calcular la carga transmitida que ejercen un torque de 1N.M, sobre un par de engranes de diámetro de paso 53.24mm (0.05324m), se sustituye en la fórmula 15.

$$W_t = \frac{2T}{D} = \frac{2(0.1)}{0.05324} = 3.756574N$$

Para la parte izquierda del tren de engranes la tabla 2 muestra el cálculo de la carga transmitirá aplicando la ecuación 15. En el tren de engranes del lado derecho tiene 6 engranes los cuales se muestran en la tabla 3.

Tabla 2

#	Diámetro (M)	Torque (N.M)	W_t :
1	0.00785	0.1	25.47770701
2	0.05324	0.1	3.756574005
3	0.02025	0.1	9.87654321
4	0.06934	0.1	2.884338044
5	0.0225	0.1	8.888888889
6	0.01067	0.1	18.74414246
7	0.02616	0.1	7.645259939
8	0.03058	0.1	6.540222368
9	0.01742	0.1	11.48105626
10	0.02034	0.1	9.832841691
11	0.01854	0.1	10.78748652
12	0.03864	0.1	5.175983437

En la figura 3 se muestra el tren de engranes de la parte derecha.

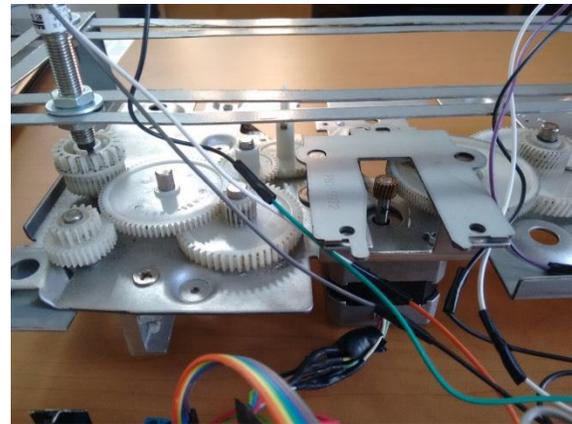


Figura 3

Tabla 3

#	Diámetro	Dientes
1	51.68mm	118
2	20.32mm	48
3	22.3mm	36
4	51.69mm	80
5	10.54mm	24
6	51.73mm	95
7	30.58mm	52

En la tabla 4 se muestran las relaciones de carga transmitida en la parte derecha del Tren de engranes.

Tabla 4

Lado derecho			
#	Diámetro (M)	Torque (N.M)	W_z :
1	0.05168	0.1	3.8699694
2	0.02032	0.1	9.8425195
3	0.0223	0.1	8.9686095
4	0.05169	0.1	3.8692252
5	0.01054	0.1	18.97507
6	0.05173	0.1	3.866294

Se aplica la ecuación 5 para calcular la velocidad del tren de engranes de A hasta D.

$$TV = \frac{n_A}{n_D} = \frac{\text{Velocidad de entrada}}{\text{velocidad de salida}}$$

$$TV = (VR_1)(VR_2) = \frac{N_A N_C}{N_B N_D} =$$

$\frac{\text{núm. de dientes en los engranes conducidos}}{\text{núm. de dientes en los engranes conductores}}$

$$TV = \frac{118}{48} \times \frac{36}{80} = 1.10625$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{130rpm}{1.10625} = 117.5141243 rpm$$

$$TV = \frac{80}{24} \times \frac{95}{1} = 316.6666666667$$

$$n_D = \frac{n}{TV} = \frac{117.5141243 rpm}{316.66666666666666} = 0.3710972346 rpm$$

Resultados

Descripción de pruebas

Mediante la colocación de una lámina de 1mm en cada engrane es posible medir las rpm de cada uno de los engranes al colocar sobre él un sensor inductivo BALLUFF BES 516-3027-SA-C.

El motor que se utilizó fue un motor a pasos de 1.8 grados, torque .1 Nm, corriente por fase .67amp. Voltaje 5.6v, resistencia por fase 8.4 Ω . Para demostrar el funcionamiento correcto del sistema fue necesario saber si en realidad el motor a pasos gira a las rpm correctas. Para ello, se utilizaron 2 maneras distintas de hacerlo. La primera prueba se realizó mediante un sensor inductivo colocado a un milímetro

sobre el engrane. La segunda forma de demostrarlo fue mediante programación al mandarle pulsos al motor y calcular el número de pasos. Otro punto de comprobación fue si en realidad el tren de engrane gira a las rpm. Para lo cual se utilizó la fórmula 1 de transmisión: $N_1.Z_1 = N_2.Z_2$ en la que N es el número de rpm del eje y Z es el número de dientes del engrane. La ecuación se resolvió matemáticamente y fue comprobada por el resultado que se muestra en pantalla. Por especificaciones técnicas los sensores inductivos deben tener una separación de entre 1 a 2mm sobre la superficie a medir o detectar.

Programación

Para el control de las revoluciones por minuto del motor a pasos se utiliza la librería <stepper.h> donde se encuentran dos funciones y una constante importantes para el control del motor. La constante `const int stepsPerRevolution= 200`, almacena el total de pasos que el motor tiene que girar en los 360 grados. El paso del motor está determinado por el fabricante. Es decir 360° entre 1.8° para obtener el total de pasos para que el motor de una vuelta completa.

```
#include <Stepper.h>
int revoluciones = 0;
const int stepsPerRevolution = 200;
float segundos=0;
float rpm=0;
Stepper myStepper(stepsPerRevolution, 2, 3,
4, 5);
void setup() {
  myStepper.setSpeed(60);
  Serial.begin (9600);}
void loop() {
  segundos = millis()/1000;
  myStepper.step(stepsPerRevolution);
  revoluciones++;
  rpm=(revoluciones/(segundos)*60);
  Serial.print("RPM-MOTOR: ");
  Serial.println(rpm); }
```

El programa destinado al control de los sensores inductivos realizaba una comparación del tiempo de ejecución del microcontrolador contra el número de veces que se detecta un metal ferroso el cual se encuentra colocado sobre el engrane a medir.

```
#include <Stepper.h> //puede detectar
desde 0 hasta 130RPM
```

```
int revoluciones = 0;
int revoluciones2 = 0;
int sensor1 = 8;
int sensor2 = 12;
int total_pieza = 0;
int total_pieza_anterior=0;
int total_pieza2 = 0;
int total_pieza_anterior2=0;
float segundos =0;
float rpm=0;
float rpm2=0;
void setup (){
  pinMode(sensor1, INPUT);
  pinMode(sensor2, INPUT);
  Serial.begin (9600); }
void loop (){
  segundos= millis()/1000;
  rpm=(revoluciones/segundos)*60;
  rpm2=(revoluciones2/segundos)*60;
  total_pieza = digitalRead(sensor1);
  total_pieza2 = digitalRead(sensor2);
  if((total_pieza == LOW) &&
(total_pieza_anterior == HIGH)) {
  revoluciones=revoluciones+1; // se le suma 1
a revoluciones }
  if((total_pieza2 == LOW) &&
(total_pieza_anterior2 == HIGH)) {
  revoluciones2=revoluciones2+1; }
  total_pieza_anterior = total_pieza;
  total_pieza_anterior2 = total_pieza2;
  Serial.print("RPM-SENSOR: ");
  Serial.print(rpm);
  Serial.print("\t\t");
  Serial.print("RPM-SENSOR2: ");
  Serial.println(rpm2);
}
```

En la parte de abajo se muestra un segmento del programa donde pide que el usuario introduzca los datos como el número de engranes y las revoluciones por minuto. El sistema adquiere los datos, procesa la

información y realiza los cálculos. El tren de engranes es controlado a las revoluciones proporcionadas por el usuario, de ésta misma manera se realiza para los 12 engranes.

```
while(1) {  
    printf("ingrese el número de engranes a  
    utilizar:\t "); // se imprime frase  
    scanf("%d", &numerodeengranes); // lectura  
    del número de engranajes  
    printf("ingrese el número de revoluciones  
    del motor:\t "); // se imprime frase
```

```
scanf("%d", &revoluciones); //  
Lectura del número de revoluciones  
switch(numerodeengranes) // switch se  
utiliza para saber el número de engranes a  
utilizar  
{  
    case 1: //caso de 1 engrane  
        printf("Las revoluciones son: %d RPM\t",  
        revoluciones);  
        break;
```

Conclusiones

Es interesante aplicar la teoría en la práctica, realizar los cálculos matemáticos, realizar la programación e implementar la electrónica para demostrar y obtener resultados prácticos. En conclusión podemos saber que mediante relación de dientes en un sistema de engranajes podemos aumentar la velocidad pero esto provocará la disminución del torque y esto funciona de manera recíproca también. Además teniendo el número de dientes de nuestros engranes, la potencia, diámetros de los engranes y las revoluciones por minuto en el eje podemos calcular el torque en cada uno de los ejes y también podemos despejar y cambiar alguno de estos datos para el cálculo del torque para realizar diversos problemas. El propósito didáctico del prototipo deja ver y aplicar los conceptos ya

entes mencionados. Otro punto de comprobación fue si en realidad el tren de engrane gira a las rpm. Para lo cual se utilizó la fórmula 1 de transmisión: $N \cdot Z = N_2 \cdot Z_2$ en la que N es el número de rpm del eje y Z es el número de dientes del engrane. La ecuación se resolvió matemáticamente y fue comprobada por el resultado que se muestra en pantalla. Un detalle a tomar en cuenta al momento de realizar las pruebas es verificar que los sensores inductivos no deben tener una separación de entre 1 a 2mm de la superficie a medir o detectar. Las pruebas que se realizaron se encuentran sobre un margen del 5% en relación a la teoría. Este 5% queda justificado dentro de las tolerancias que mantienen todos los dispositivos y actuadores que integran al sistema.

Referencias

Burrows, M., & Sutton, G. (2013). Interacting gears synchronize propulsive leg movements in a jumping insect. *Science*, 341(6151), 1254-1256.

Boylestad, R.L. (1989). *Electrónica teoría de circuitos*, México: Prentice Hall.

Ciceron. (s.f.). Wikiquote. [En línea].
Available:
<https://es.wikiquote.org/wiki/Cicer%C3%B3n>.

Monk, S. (2013). 30 Arduino projects for the
evil genius. McGraw-Hill Professional.

Mott, R. L., Sánchez, S. S., Fernández, Á.
H., & Sánchez, J. V. (2006). Diseño de elementos de
máquinas. Pearson Educación.

Pont, M. J. (2002). Embedded C.

Tocii, R.J. (2007). Sistemas Digitales
Principios y Aplicaciones, México: Person
Educación.