

## Una Gráfica de Control Combinada para Monitorear y Controlar Procesos Multivariados

M.C. Eduardo Marroquín Prado<sup>1</sup>, Dr. Mario Cantú Sifuentes<sup>2</sup> y Dr. Manuel R. Piña Monarrez<sup>3</sup>

### RESUMEN

Dado que la gráfica de control  $T^2$  no es sensible a cambios pequeños en el vector de medias del proceso, y además, cuando se presenta una señal fuera de control, no le es posible identificar la(s) variable(s) que la generan, en este trabajo se propone una gráfica de control combinada por la gráfica  $T^2$  de Hotelling, la gráfica M (propuesta por Hayter et al., (1994)) y una nueva gráfica basada en Componentes Principales, a la que llamamos gráfica TMY, con las características de que: 1) Permite identificar cualquier tipo y magnitud de cambio en el vector de medias del proceso y 2) Cuando se presenta una señal fuera de control, los estadísticos significativos de la gráfica combinada, definen si la señal la provocan las variables y/o correlaciones.

**Palabras Claves:** Procesos Multivariados,  $T^2$  de Hotelling, Componentes Principales, ARL, Gráfica de Control M y Gráfica de Control Combinada.

### 1. INTRODUCCIÓN

En el control de procesos multivariados, la gráfica de control de Shewhart es ineficiente, ya que no considera la correlación que usualmente existe entre las variables, lo que incrementa el error tipo I global (Nedumaran et al., 1998; Hayter et al., 1994). El eficiente control de procesos multivariados, se inicia con Harold Hotelling en 1947, cuando propuso la gráfica de control  $T^2$  que actualmente lleva su nombre. Aunque actualmente la gráfica de control  $T^2$  es una de las más usadas en el Control Estadístico del Proceso (CEP) multivariado (Umit et al., 2001; Prins et al., 1997), ésta tiene las desventajas que; 1) identifica señales fuera de control, pero no identifica las variables causantes de la señal, 2) es insensible a cambios pequeños en el vector de medias del proceso (Lowry et al., 1992; Lowry et al., 1995), 3) es insensible a cambios individuales en una componente o un subconjunto de ellas (Hawkins, 1991) y 4) pierde sensibilidad a medida que el número de variables,  $p$ , se incrementa (Ye et al., 2006).

Para enfrentar la tarea de identificar las variables fuera de control, Mason, Young y Tracy, (1997) desarrollaron una metodología matemática para descomponer las señales en elementos ortogonales. Este enfoque de descomposición tiene el inconveniente que a medida que el número de variables se incrementa, la cantidad de elementos ortogonales a calcular crece considerablemente. Para consultar los detalles técnicos referimos al lector a Mason et al. (2001).

Otro enfoque utilizado en el CEP multivariado es detectar señales fuera de control, para lo cual se usa el estadístico  $T^2$ . Para identificar las variables causantes, se utiliza Componentes Principales (CP) (Jackson, 1991).

---

1. Estudiante de doctorado del programa PICYT con opción Terminal en Ingeniería Industrial y de Manufactura. Centro de Investigación COMIMSA. (el artículo está basado en su Disertación Doctoral).  
 2. Programa de posgrado en Estadística. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro  
 3. Profesor Investigador del programa PICYT. Centro de Investigación COMIMSA.

Hayter et. al. (1994) desarrollaron una gráfica para identificar señales fuera de control y las variables causantes de éstas, la gráfica está basada en el estadístico  $M$ . La desventaja de este enfoque, es que si en el vector observado del proceso se genera un cambio en las variables en sentido opuesto al identificado en la distribución de referencia, el estadístico  $M$  no detectará la señal fuera de control (Chen et al., 2001).

Considerando las desventajas que tanto el método de descomposición y las gráficas  $T^2$  y  $M$ , tienen para interpretar e identificar señales fuera de control respectivamente, en la sección seis de este trabajo, se propone una nueva gráfica de control para identificar e interpretar señales fuera de control para cualquier tipo y magnitud de cambio en el vector de medias.

## 2. GRÁFICA DE CONTROL $T^2$ DE HOTELLING

La construcción de la gráfica de Hotelling se basa en la cantidad  $T^2$ , que en su versión poblacional se puede definir como sigue; siendo  $X_i$  un vector aleatorio de una población normal  $p$ -variada con vector de medias  $\mu$  y matriz de covarianzas  $\Sigma > 0$ , la variable aleatoria  $T^2$  de Hotelling, se expresa como:

$$T^2 = (X - \mu)\Sigma^{-1}(X - \mu) \quad (1)$$

Cuando  $\mu$  y  $\Sigma$  son conocidos, se puede demostrar (Johnson et al., 1998) que  $T^2$  se distribuye como una  $\chi^2$  cuadrada con  $p$  grados de libertad. Cuando, como generalmente ocurre,  $\mu$  y  $\Sigma$  son los parámetros desconocidas de una población normal  $p$ -variada con media  $\mu$  y matriz de covarianzas  $\Sigma$ , estos son estimados por  $\bar{X}$  y  $S$  respectivamente. La variable aleatoria  $T^2$  de Hotelling muestral, se expresa como:

$$T^2 = (X - \bar{X})S^{-1}(X - \bar{X}) \quad (2)$$

En este caso se tiene que:

$$T^2 \sim \left[ \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(p, n-p)} \quad (3)$$

De aquí en adelante, cuando se mencione a la  $T^2$  nos referiremos al estadístico en (2) donde los estadísticos  $\bar{X}$  y  $S$  son el vector medio y matriz de covarianzas, respectivamente, de la *distribución de referencia*. La gráfica  $T^2$  controla cambios en el vector de medias suponiendo que la matriz de covarianzas del proceso es igual a la matriz de covarianzas de la *distribución de referencia*.

### 3. GRÁFICA DE CONTROL DE COMPONENTES PRINCIPALES

Asumiendo que se tienen  $p$  variables  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , para cada uno de  $n$  vectores aleatorios, el  $i$ -ésimo componente principal  $Z_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ip}x_p$  tiene varianza  $\lambda_i$ . Donde, los coeficientes  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip}$  son dados por el  $i$ -ésimo vector propio y  $\lambda_i$  es el  $i$ -ésimo valor propio de la matriz de covarianzas o de correlaciones de modo que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$  (Johnson et al., 1998). El estadístico  $T^2$  puede representarse en forma equivalente en función de los componentes principales como:

$$T^2 = \sum_{i=1}^p \frac{Z_i^2}{\lambda_i} \quad (4)$$

donde  $Z_i = a_i'(X_i - \bar{X})$  es el  $i$ -ésimo componente principal calculado sobre la base de los datos centralizados. Cuando la gráfica de control  $T^2$  identifica una señal fuera de control, el componente principal  $Z_i$  máximo es usado para identificar las variables fuera de control.

### 4. GRAFICA DE CONTROL M

Hayter et. al. (1994) desarrollaron una gráfica de control para identificar señales fuera de control y las variables causantes de éstas. La gráfica está basada en el estadístico  $M$  definido como:

$$M = \max_j \frac{|x_{ij} - \bar{x}_j|}{s_{jj}}$$

donde  $x_{ij}$  es la  $j$ -ésima componente del  $i$ -ésimo vector observado,  $\bar{x}_j$  y  $s_{jj}$ , son la  $j$ -ésima componente del vector de medias estimado y el  $j$ -ésimo elemento diagonal de la matriz de covarianzas estimada, respectivamente. Si el estadístico  $M$  es mayor que un valor crítico  $Cr$ , el proceso se declara fuera de control, y se recomienda examinar  $p$  gráficas de control univariadas para identificar las variables causantes de la irregularidad.  $Cr$  es una función de la matriz de covarianzas de la distribución de referencia y su valor se puede obtener de tablas disponibles en Odeh et. al. (1982) o estimarlo mediante simulación, Hayter et. al. (1994).

### 5. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

En esta sección se describe el desarrollo de la gráfica de control  $Y$  propuesta para identificar señales fuera de control.

## 5.1. Gráfica de Control $Y$

De acuerdo con Jackson (1991), cuando la gráfica  $T^2$  identifica una señal fuera de control, el componente principal  $Z_i$  en (4) es usado para identificar las variables fuera de control. A diferencia de éste enfoque, en ésta sección se propone una nueva gráfica para identificar señales fuera de control, basada en el estadístico  $Y$  definido como el máximo del valor absoluto de los  $p$  componentes principales estandarizados, esto es:

$$Y = \text{Max}_i |Z_i| \quad (5)$$

Para un proceso normal multivariado, los componentes principales  $Z_i$  en (4), se distribuyen como una normal estándar (Johnson et al., 1998). Utilizando teoría elemental de transformaciones, la función de densidad de probabilidad del estadístico  $Y$  se expresa en forma general como:

$$f_Y(y) = p [2F_Z(y) - 1]^{p-1} 2f_z(y) , \quad (6)$$

donde  $F_Z(y)$  y  $f_z(y)$  es la función de distribución acumulada y la función de densidad de probabilidad de  $Z$ , respectivamente, por lo que la ecuación 6 para el caso normal es:

$$f_Y(y) = p [2\Phi(z) - 1]^{p-1} 2\phi(z) \quad (7)$$

Para calcular el límite de control,  $LC$ , del estadístico  $Y$  para un error tipo I  $\alpha$ , basta encontrar en (7) el valor de  $LC$  tal que  $P(Y \leq LC) = 1 - \alpha$ . En el caso de que los datos no se distribuyan en forma normal multivariada, se pueden utilizar técnicas de remuestreo para estimar el  $LC$  de  $Y$ . El procedimiento para construir la gráfica de control  $Y$  es el siguiente:

1. Estimar los parámetros del proceso,  $\mu$  y  $\Sigma$ , a partir de la distribución de referencia.
2. Calcular el límite de control,  $LC$ , de  $Y$ .
3. Para cada nueva observación calcular el estadístico  $Y$ .
4. Si el estadístico  $Y$  es menor que el  $LC$ , el proceso está dentro de control.
5. Si el estadístico  $Y$  es mayor o igual al  $LC$ , el proceso está fuera de control.

En la siguiente sección se presenta un ejemplo para mostrar, mediante simulación, cómo se desempeña la gráfica de control  $Y$  y se compara su sensibilidad con las gráficas  $T^2$  y  $M$ .

## 5.2. Desempeño de la Gráfica $Y$ y Comparación con las Gráficas $T^2$ y $M$

Para comparar el desempeño de la gráfica  $Y$  con las gráficas  $T^2$  y  $M$ , se utiliza el ejemplo propuesto por Hayter et al. (1994) en el cual se supone tener un proceso normal bivariado con  $\mu$  y  $\Sigma$  conocidos. Dada la matriz  $\Sigma$ , se calculan los vectores y valores propios. Con los primeros se construyen

los componentes principales, mientras que los segundos proporcionan las varianzas respectivas de los mismos.

Se calculan los límites de control para las tres gráficas considerando un error tipo I de 0.05. Haciendo uso de (3) el límite de  $T^2$  es de 5.9915. Basados en la matriz de covarianzas, en un ambiente de simulación se generan  $m$  vectores aleatorios ( $m$  grande), para determinar el límite de control de la gráfica  $M$  (Cr) el cual es de 2.1990. Integrando (7), el límite de la gráfica  $Y$  es de 2.2361.

En la Figura 1, la elipse representa el límite de control para la gráfica  $T^2$ . Reescalando a las variables originales, el rectángulo delimitado por líneas con puntos grandes, representa los límites de control para la gráfica  $M$  y el rectángulo inclinado delimitado por líneas con puntos pequeños representa los límites de control para la gráfica  $Y$ .

Para realizar la comparación gráfica, se generan 1000 vectores aleatorios los cuales se representan en la Figura 1 en conjunto con las áreas críticas bajo las cuales las tres gráficas,  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ , indican señales fuera de control. Para cualquier vector que se encuentre en el área A, la gráfica  $T^2$  indicará una señal fuera de control pero no lo hará la gráfica  $M$ . Por el contrario, todo aquel vector que se encuentre en las áreas B y F, la gráfica  $M$  indicará una señal fuera de control pero la gráfica  $T^2$  no lo hará. De la misma figura se observa que las gráficas  $T^2$  y  $Y$  son más sensibles que la gráfica  $M$  para detectar cambios en las variables en dirección opuesta al identificado en la distribución de referencia (área E). En este sentido se postula que  $Y$  es más eficiente que  $T^2$  para detectar pequeños cambios en el vector de medias (áreas C1 y C2). Por otro lado, se postula que la gráfica  $M$  es más eficiente que las gráficas  $T^2$  y  $Y$  para detectar cambios en las variables cuando éstas se incrementan o disminuyen en una misma dirección, áreas B y F.

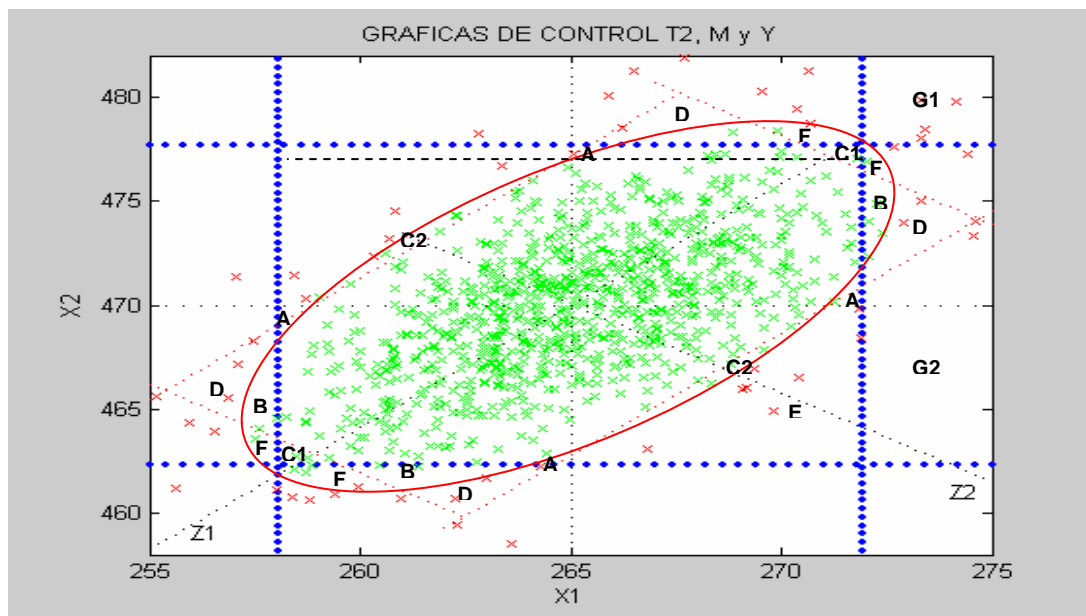


Figura 1. Regiones Críticas para los Estadísticos  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ .

Para evaluar la sensibilidad de cada gráfica de control y verificar los postulados arriba enunciados, se usa el ejemplo mencionado anteriormente y se realiza una simulación con el proceso bajo control y fuera de control. Para simular el proceso fuera de control se utilizan ocho diferentes escenarios de cambio en el vector de medias. La magnitud del cambio en el proceso se mide por medio del parámetro de no centralidad  $\lambda$  (Lowry et al., 1992), el cual se expresa como:

$$\lambda = \left[ (X_i - \mu) \Sigma^{-1} (X_i - \mu) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Para cada uno de los escenarios, la simulación se realiza con 50,000 vectores individuales. Las Tablas 1 y 2 muestran los ARL, (Longitud Promedio de Corrida), cuando las medias de las dos variables se incrementan en la misma dirección y cuando las medias de las dos variables se mueven en dirección opuesta (la correlación positiva esperada entre las variables cambia), respectivamente. Cuando un proceso se encuentra bajo control, es deseable que su ARL sea máximo y cuando este está fuera de control, es deseable que su ARL sea mínimo para que identifique más rápidamente las condiciones fuera de control (Sheu et al., 2003-2004).

Tabla 1. Comportamiento de ARL para los Estadísticos  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ .  
(Medias se Incrementan en una Misma Dirección)

Estadístico	$\lambda$								
	0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00	5.00
$T^2$	<b>19.88</b>	18.30	14.45	7.33	3.92	2.33	1.29	1.04	1.00
$M$	19.88	<b>17.79</b>	<b>13.38</b>	<b>6.21</b>	<b>3.32</b>	<b>2.04</b>	<b>1.22</b>	<b>1.03</b>	<b>1.00</b>
$Y$	19.59	18.07	14.70	7.55	3.96	2.32	1.27	1.03	1.00

Tabla 2. Comportamiento de ARL para los Estadísticos  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ .  
(Medias se Incrementan en Dirección Opuesta)

Estadístico	$\lambda$								
	0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00	5.00
$T^2$	20.38	18.91	<b>13.94</b>	<b>6.75</b>	3.93	2.36	1.27	1.04	1.00
$M$	20.43	20.11	16.40	11.20	7.70	5.11	2.52	1.52	1.14
$Y$	<b>20.30</b>	<b>18.85</b>	14.13	<b>6.75</b>	<b>3.92</b>	<b>2.34</b>	<b>1.25</b>	<b>1.03</b>	<b>1.00</b>

De los resultados de la simulación, Tablas 1 y 2, cuando el proceso está bajo control ( $\lambda=0$ ), no existe una gráfica, de las tres analizadas, que sea más sensible que las otras dos. Este resultado es congruente con el resultado encontrado por Hayter et al. (1994) quienes reportan que cuando el proceso está bajo control, no hay una diferencia clara entre la sensibilidad de las gráficas  $T^2$  y  $M$ . Cuando el

proceso está fuera de control ( $\lambda > 0$ ), con las medias de las variables incrementándose en una misma dirección, como se observa en la Tabla 1, la gráfica  $M$  responde más rápidamente que las otras dos. Cuando el proceso está fuera de control ( $\lambda > 0$ ), con las medias de las variables cambiando en sentido opuesto, como se observa en la Tabla 2, las gráficas  $T^2$  y  $Y$  responden más rápidamente que la gráfica  $M$ , siendo mejor la respuesta de  $Y$ .

Considerando los resultados presentados en el análisis anterior y tomando como base al ARL, se concluye que ninguna gráfica de control es más eficiente que las otras dos bajo todas las condiciones de operación simuladas. Se observa además, que la gráfica  $Y$  resulta ser más sensible para detectar cambios en las medias en sentido opuesto al observado en la distribución de referencia.

## 6. GRAFICA DE CONTROL COMBINADA $TMY$

En esta sección se describe cómo funciona la gráfica combinada  $TMY$  para identificar e interpretar señales fuera de control.

### 6.1. Identificar Señales Fuera de Control

Con el propósito de disponer de un método de control que sea más sensible a cualquier condición de operación de un proceso, se propone una gráfica de control basada en la combinación de los tres estadísticos;  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ . El objetivo de la gráfica de control  $TMY$  es incrementar la sensibilidad para identificar cualquier tipo y magnitud de cambio en el vector de medias. El procedimiento para desarrollar la gráfica de control  $TMY$  es;

1. Estimar los parámetros del proceso  $\mu$  y  $\Sigma$  a partir de la distribución de referencia.
2. Calcular los  $LC$  para cada una de las gráficas de control  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ .
3. Para cada nueva observación calcular los tres estadísticos.
4. Si cada estadístico es menor a su  $LC$  correspondiente, el proceso está dentro de control.
5. Si al menos un estadístico es mayor o igual a su  $LC$  correspondiente, el proceso está fuera de control.

Para mostrar cómo se construye la gráfica de control  $TMY$ , se considera el caso de monitorear y controlar la calidad dimensional de un subensamble en un proceso automatizado para el cual se controlan  $p=8$  variables críticas que se correlacionan entre sí. Considerando un error tipo I de 0.05, los límites de control para las gráficas  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$  son; 15.5073, 2.58 y 2.7267, respectivamente.

La Figura 2 de la siguiente sección muestra la gráfica de control  $TMY$ , donde se observan cinco señales fuera de control, observaciones 6, 26, 27, 30 y 33. La observación 6 es identificada por la gráfica de control  $T^2$  y la 26 por la gráfica  $Y$ . Las observaciones 27 y 33 son identificadas por las gráficas  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$ , y la observación 30 es identificada por la gráfica  $M$ .

## 6.2. Evaluación de la Sensibilidad de la Gráfica de Control Combinada TMY

Para evaluar la sensibilidad de la gráfica de control TMY, se corre una simulación para el ejemplo del subensamble automotriz, considerando un cambio en dirección opuesta en las medias de dos variables cuya correlación bajo condiciones normales de operación del proceso es positiva. Como antes (ver sección 5.2), el cambio se mide en función de  $\lambda$ . Los resultados se muestran en la Tabla 3.

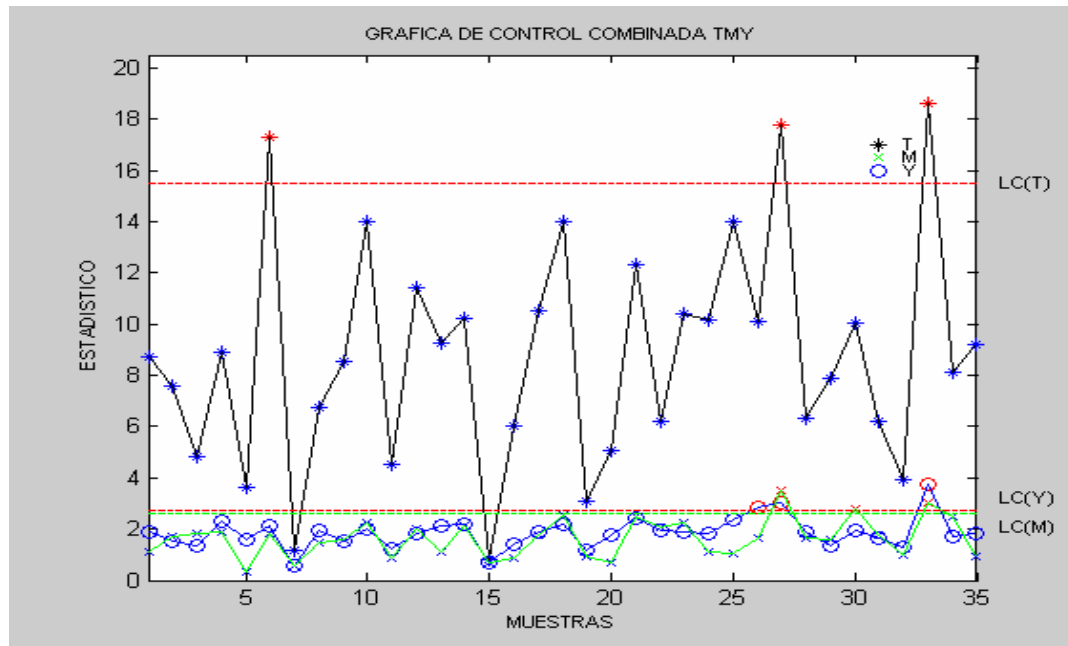


Figura 2. Gráfica de Control Combinada, TMY.

Tabla 3. Comportamiento de ARL para las Gráficas  $T^2$ ,  $M$  y  $Y$  y la Gráfica TMY.

Estadístico	$\lambda$								
	0.00	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00	5.00
$T^2$	<b>19.99</b>	18.91	<b>16.93</b>	<b>10.70</b>	<b>6.94</b>	<b>4.24</b>	<b>1.83</b>	<b>1.22</b>	<b>1.03</b>
$M$	20.55	19.44	19.38	17.97	17.23	16.18	12.32	9.70	7.23
$Y$	19.88	<b>18.17</b>	17.12	12.11	8.38	5.36	2.39	1.47	1.11
TMY	<b>10.05</b>	<b>9.46</b>	<b>8.94</b>	<b>6.70</b>	<b>4.88</b>	<b>3.35</b>	<b>1.67</b>	<b>1.18</b>	<b>1.02</b>
%deDesempeño	49.72	47.94	47.19	37.40	30.07	21.08	8.41	2.41	0.52

De acuerdo a los resultados de la simulación, y considerando las tres gráficas de control en forma individual, cuando el proceso está bajo control, la gráfica  $T^2$  responde mejor que las otras dos gráficas (ARL = 19.99). A excepción del cambio con  $\lambda = 0.25$ , cuando el proceso está fuera de control, la gráfica  $T^2$  responde más rápidamente que las otras dos. Por ejemplo, para  $\lambda = 1.00$ , el ARL para  $T^2$  es de 10.70,



contra un ARL de 17.97 y 12.11 para las gráficas  $M$  y  $Y$ , respectivamente. Si se observa el ARL de la gráfica de control combinada  $TMY$ , ésta responde más rápidamente que cada una de las otras tres en forma individual. La última fila de la Tabla 3, muestra el porcentaje de desempeño de la gráfica  $TMY$ , con respecto a la mejor de las tres gráficas. Los porcentajes muestran que para pequeños y moderados valores de  $\lambda$ , la gráfica  $TMY$  es más sensible que las otras tres. Para cambios grandes,  $\lambda > 3$ , el desempeño de  $TMY$  no es muy significativo.

La gráfica de control combinada incrementa la sensibilidad, pero desafortunadamente incrementa la tasa de falsas alarmas, sobre todo cuando el proceso está bajo control. Sin embargo, como algunos autores lo plantean, la eficiencia de una gráfica de control combinada debe sobrepasar las pérdidas debido al incremento en las falsas señales fuera de control (Wu, 1994-1995). Cuando los costos de la mala calidad en ambientes de manufactura exigentes como la industria automotriz, sobrepasan los costos de detener el proceso e investigar las causas de las señales fuera de control, la gráfica de control combinada  $TMY$  es una buena alternativa para mantener la competitividad.

### 6.3. Interpretación de Señales Fuera de Control

En una gráfica de control  $TMY$  se pueden observar siete estados posibles de señales fuera de control dependiendo del o los estadísticos significativos. Los estados se asocian con las áreas de la Figura 1 y para cada una de ellas se puede identificar las causas del fuera de control. La Tabla 4 lista las áreas referidas, los estadísticos significativos y las causas del fuera de control. Por ejemplo, si una señal fuera de control está en el área F, los estadísticos significativos son  $M$  y  $Y$ , y la causa de la señal son las variables. Bajo este mismo razonamiento, para cada área se identifican los estadísticos significativos y se definen las causas generales del fuera de control. La Tabla 4 muestra los resultados, con la diferencia de que cada una de las áreas C y G se dividen en dos áreas, C1 y C2 para la primera y G1 y G2 para la segunda, dado que las causas del fuera de control son diferentes.

Para identificar las causas de una señal fuera de control la gráfica  $TMY$  define los estadísticos significativos y de la Tabla 4 se identifican las causas de la señal. Si estas son las variables, solo se requiere determinar los elementos incondicionales del método de descomposición de Mason, Young y Tracy. Si la señal se debe a correlaciones, solo se requiere determinar los elementos condicionales. Si la señal se debe a variables y correlaciones, se requiere determinar tanto los elementos incondicionales y condicionales.

Tabla 4. Áreas, Estadístico(s) Significativo(s) y Causas del Fuera de Control

Area	Estadístico(s) Significativo(s)	Causas del Fuera de Control
A	$T^2$	Correlaciones
B	M	Variables
C1	Y	Variables
C2	Y	Correlaciones
D	$T^2$ y M	Variables y Correlaciones
E	$T^2$ y Y	Correlaciones
F	M y Y	Variables
G1	$T^2$ , M y Y	Variables
G2	$T^2$ , M y Y	Variables y Correlaciones

Considérese el punto 6 de la Figura 2 el cual está identificado por  $T^2$ . De acuerdo a los resultados mostrados anteriormente, se espera que en este punto fallen solo las correlaciones, área A, para lo cual solo se requiere calcular los elementos condicionales.

## 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta la gráfica de control combinada *TMY* para monitorear y controlar procesos multivariados. Su objetivo es incrementar la sensibilidad para detectar cualquier tipo y magnitud de cambio en el vector de medias del proceso.

La gráfica *TMY* identifica las señales fuera de control y al mismo tiempo proporciona información sobre las condiciones generales del fuera de control. En otras palabras, se puede saber de antemano si la señal se debe a variables o correlaciones fuera de control lo cual ahorra tiempo y costo al evitar realizar cálculos innecesarios a través del método de descomposición de Mason, Young y Tracy. En caso de que la señal se deba a variables fuera de control, solo se requiere determinar los elementos incondicionales. Si la señal se debe a correlaciones fuera de control, solo se requiere determinar los elementos condicionales.

El ARL de la gráfica *TMY* indica que ésta responde más rápidamente que cada una de las tres gráficas en forma individual. El uso de gráficas de control combinadas como es el caso de la gráfica *TMY*, incrementa su sensibilidad pero desafortunadamente incrementa la tasa de señales fuera de control. Sin embargo, cuando los costos por paros de líneas de producción, defectos, retrabajos y garantías, son prohibitivos, como en los ambientes de manufactura del sector automotriz, la gráfica de control combinada *TMY* es una buena estrategia de monitoreo y control dimensional de los productos.

## BIBLIOGRAFIA

- Chen, K. H, Boning, D. S. and Welsch, R. E. 2001. *Multivariate Statistical Process Control and Signature Analysis Using Eigenfactor Detection Methods*. The 33<sup>rd</sup> Symposium on the Interface of Computer Science and Statistics, Costa Mesa Ca.
- Hawkins, D. M. 1991. *Multivariate Quality Control Based on Regression-Adjusted Variables*. Technometrics, 33(1), pp. 61-75.
- Hayter, A. J. and Tsui, K. L. 1994. *Identification and Quantification in Multivariate Quality Control Problems*. Journal of Quality Technology, 26(3), pp. 197-208.
- Jackson, J. E. 1991. *A User's Guide to Principal Components*. USA: John Wiley and Sons, Inc.
- Johnson, R.A. and Wichern, D. W. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. USA: Prentice Hall.
- Lowry A. C. and Montgomery, D. C. 1995. *A Review of Multivariate Control Charts*. IIE Transactions, 27(6), pp. 800-810.
- Lowry A. C. and Woodall, H. W. 1992. *A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart*. Technometrics, 34(1), pp. 46-53.
- Mason, L. R. and Young, C. J. 2001. *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*. ASA. SIAM.
- Mason, L. R., Tracy, D. N. and Young, C. J. 1997. *A Practical Approach for Interpreting Multivariate  $T^2$  Control Chart Signals*. Journal of Quality Technology, 29(4), pp. 396-406.
- Nedumaran, G. and Pignatiello, J.J. Jr. 1998. *Diagnosing Signals from  $T^2$  and  $X^2$  Multivariate Control Charts*. Quality Engineering, 10(4), pp. 657-667.
- Odeh, R.E. 1982. *Tables of Percentage Points of the Distribution of the Maximum Absolute Value of Equally Correlated Normal Random Variables*. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 11, pp. 65-87.
- Prins, J. and Mader, D. 1997. *Multivariate Control Charts for Grouped and Individual Observations*. Quality Engineering, 10(1), pp. 49-57.
- Sheu S. H. and Lin T. Ch. 2003-2004. *The Generally Weighed Moving Average Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean*. Quality Engineering, 16(2), pp. 209-231.
- Umit, F. and Cigdem, A. 2001. *Multivariate Quality Control: A Historical Perspective*. Yildiz Technical University. pp. 54-65.
- Wu, Z. 1994-1995. *An Enhanced X Chart for Detecting Mean Shift*. Quality Engineering, 7(2), pp. 345-356.
- Ye, N., Parmar, D. and Borrer, M.C. 2006. *A Hybrid SPC Method with the Chi-Square Distance Monitoring Procedure for Large-scale, Complex Process Data*. Quality and Reliability Engineering International, 22, pp. 393-402.

---

Nota del editor: COMIMSA es un centro tecnológico perteneciente al Sistema CONACYT, y enfoca sus actividades de investigación y desarrollo tecnológico bajo el concepto de mercado y con criterios de rentabilidad.

COMIMSA: <http://www.comimsa.com.mx/>