

## Problemática de aprendizaje en el uso del concepto de aceleración en contexto

S. Flores-García<sup>1</sup>, M. D. González-Quezada<sup>2</sup>,  
M. E. Borunda-Escobedo<sup>3</sup> y  
J. E. Chávez-Pierce<sup>4</sup>

[<sup>1</sup>sergiflo@hotmail.com](mailto:sergiflo@hotmail.com)

[<sup>3</sup>mborunda@uacj.mx](mailto:mborunda@uacj.mx)

[<sup>4</sup>juchavez@uacj.mx](mailto:juchavez@uacj.mx)

*Universidad Autónoma de Ciudad Juárez  
Avenida del charro 450 Nte.  
Col. Partido Romero  
C.P. 32310 Ciudad Juárez Chih.*

[<sup>2</sup>doloresgo73@hotmail.com](mailto:doloresgo73@hotmail.com)

*Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez  
Avenida Tecnológico 1340  
Fracc. Crucero C. P. 32500  
Ciudad Juárez Chih.*

### Resumen

Un entendimiento funcional de la segunda ley de Newton como una ecuación vectorial requiere que los estudiantes puedan razonar acerca de los vectores fuerza y aceleración. En este artículo se muestran datos para describir las dificultades conceptuales de los estudiantes con cantidades vectoriales como la aceleración. Estos datos sugieren que después de una instrucción tradicional en los primeros semestres de física, algunos estudiantes no reconocen la naturaleza vectorial de la aceleración. Otros estudiantes no tienen el conocimiento procedimental para determinar una aceleración, por lo tanto, no pueden razonar cualitativamente acerca de la segunda ley de Newton. Describimos algunas dificultades de procedimiento y razonamiento que hemos observado con el uso de cantidades vectoriales. Además, describimos dificultades durante la instrucción en mecánica, las cuales hemos observado durante nuestra investigación. Algunas modificaciones en la instrucción fueron implementadas con el objeto de mejorar el entendimiento de la naturaleza vectorial de la aceleración por parte del estudiante, y para promover el uso de vectores en la resolución de problemas de mecánica. Finalmente describimos algunas medidas de la efectividad de estas modificaciones.

## 1. Introducción.

Idealmente, los estudiantes deberían aprender que los principios fundamentales de la física son ideas generales poderosas con una amplia gama de aplicaciones. Frecuentemente, sin embargo, los estudiantes no encuentran las conexiones entre las ideas que les son presentadas. En lugar de percibir a la física como una materia basada en ideas fundamentales de amplio alcance, estos adquieren una impresión de que la materia es una colección de ecuaciones dentro de un contexto específico que deben ser memorizadas.

Nuestra expectativa es que una investigación acerca del entendimiento que los estudiantes tienen acerca de la naturaleza vectorial de cantidades cinemáticas y fuerzas promuevan el desarrollo de un curriculum mas efectivo que fortalezca la percepción de la física como un campo coherente de estudio, en

lugar de una colección de hechos individuales. En esta investigación se presentan resultados del entendimiento de los estudiantes de la naturaleza vectorial de la aceleración y de la Segunda Ley de Newton como una ecuación vectorial. Las preguntas de investigación que esperamos contestar son: 1) Pueden los estudiantes sumar y restar vectores en los contextos de velocidad y aceleración?; 2) Pueden los estudiantes aplicar estos procedimientos para encontrar la aceleración de un objeto en diferentes contextos?; 3) Reconocen los estudiantes que la Segunda Ley de Newton relaciona fuerzas y aceleración como cantidades vectoriales?.

## 2. Investigación previa relacionada.

Hestenes and Wells<sup>1</sup> diseñaron el examen denominado *Mechanics Baseline Test* con el fin de determinar el entendimiento de los estudiantes de

conceptos básicos en mecánica. La figura 1 muestra una situación en la que se basaron tres preguntas en este examen. Se les preguntó a los estudiantes cual flecha representa mejor la aceleración del bloque en las posiciones I, II y III. Alrededor de dos tercios de 183 estudiantes en la

Universidad de Harvard encontraron la dirección correcta de la aceleración en la posición I, aproximadamente 87 % encontró la posición correcta en la posición III, pero solamente 18% identificó correctamente la dirección de la aceleración en la posición II.

\* Refer to the graph on the right when answering the next three questions.

This diagram depicts a block sliding along a frictionless ramp. The eight numbered arrows in the diagram represent directions to be referred to when answering the questions.

4. The direction of the acceleration of the block, when in position I, is best represented by which of the arrows in the diagram?

(A) 1      (B) 2      (C) 4      (D) 5  
(E) None of the arrows, the acceleration is zero.

5. The direction of the acceleration of the block when in position II is best represented by which of the arrows in the diagram?

(A) 1      (B) 3      (C) 5      (D) 7  
(E) None of the arrows, the acceleration is zero.

6. The direction of the acceleration of the block (after leaving the ramp) at position III is best represented by which of the arrows in the diagram?

(A) 2      (B) 3      (C) 5      (D) 6  
(E) None of the arrows, the acceleration is zero.

Figura 1. Pregunta para explorar el entendimiento del concepto de aceleración.

O'Brien Pride<sup>2</sup> le preguntó a 70 estudiantes cuales serian los vectores velocidad y aceleración correctos en varios puntos sobre la trayectoria de un insecto.

La pregunta formulada se muestra en la figura 2. Cerca del 30% de los estudiantes proporcionaron la respuesta correcta en todos los puntos, mientras que otro 10%

respondió correctamente para todos los puntos, excepto en el punto de aceleración a partir del reposo.

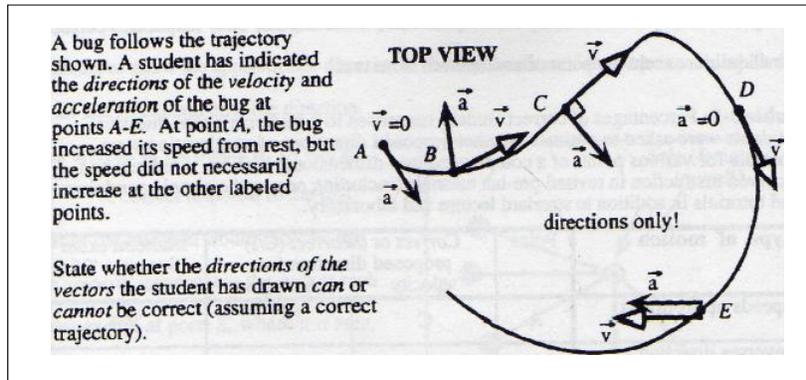


Figura 2. Pregunta para explorar el concepto de aceleración en dos dimensiones.

En los estudios previamente descritos, muchos estudiantes contestaron con reglas aplicadas a contextos específicos. Por ejemplo, cuando los estudiantes fueron cuestionados sobre la aceleración de un objeto moviéndose a lo largo de una trayectoria parabólica, la mayoría de ellos respondieron que la dirección de la aceleración es hacia el centro de la trayectoria. Algunos estudiantes asumieron que no hay aceleración porque la rapidez es constante. Parece ser que estos estudiantes no relacionan las ideas de

cambio de velocidad con el límite de la aceleración promedio para construir el concepto de aceleración.

### 3. Técnicas de investigación.

Las principales fuentes de información que se utilizaron para investigar acerca de las ideas y el entendimiento que los estudiantes poseen relativos a temas de física fueron las respuestas obtenidas durante entrevistas individuales, así como las respuestas a

preguntas escritas. Ambas técnicas se describen a continuación.

### **3.1 Preguntas escritas.**

Las preguntas escritas constituyeron la principal fuente de información. Dado que nuestro interés es el entendimiento conceptual de la física, las preguntas elaboradas fueron principalmente de tipo cualitativo mas que de tipo cuantitativo. Las respuestas de los estudiantes fueron analizadas y categorizadas en base a la respuesta y al razonamiento dado para cada respuesta.

Durante el análisis de estas preguntas escritas, buscamos patrones en las respuestas de los estudiantes, ya fueran correctas o incorrectas. Algunos de los aspectos de las respuestas comunes de los estudiantes que llevan a respuestas correctas podrían conformar la base de un curriculum que reforzara estas líneas productivas de razonamiento. En

oposición, los patrones en respuestas incorrectas podrían indicar que existe la necesidad de un curriculum que haga notar que existe este mal entendimiento común o errores en el procedimiento o en el razonamiento con el fin de corregirlo.

### **3.2 Entrevistas.**

Las entrevistas fueron realizadas en la Universidad del Estado de Nuevo México (NMSU). Estas entrevistas fueron grabadas en cintas de audio o de video para su posterior análisis. Los estudiantes que fueron entrevistados pertenecían a cursos introductorios de mecánica cuya base matemática es cálculo. Todos los estudiantes fueron voluntarios. La duración de la entrevista fue de 30 minutos. Las entrevistas fueron diseñadas para conocer el razonamiento conceptual de los estudiantes.

## **4. Contexto de investigación.**

Las principales fuentes de información fueron cinco cursos: Dos cursos introductorios de mecánica. Uno con álgebra como base matemática y el otro con cálculo; y dos cursos de laboratorio en la Universidad del Estado de Nuevo México (NMSU), y un curso de física general con cálculo como base matemática en la Universidad de Syracuse.

Los estudiantes en NMSU inscritos en los cursos basados en cálculo llevan carreras de ingeniería, mientras que los alumnos inscritos en los cursos basados en álgebra se encuentran en carreras como tecnología en ingeniería, biología, agricultura, educación y otros no declarados. El laboratorio es un curso de solo un crédito, pero es requerido para algunas de estas carreras. En el laboratorio, los estudiantes trabajan en pequeños grupos en materiales que intentan reforzar las conexiones entre los fenómenos observados y el formalismo matemático

con el fin de promover habilidades de razonamiento científico, así como un entendimiento conceptual. La mayoría de las sesiones de laboratorio fueron basadas en ejercicios conceptuales tomados de *Tutorials in Introductory Physics*<sup>3</sup>.

En la Universidad de Syracuse, los estudiantes se encuentran inscritos en carreras de ingeniería principalmente. Los cursos están basados en cálculo y consisten en 150 minutos de clase, 3 horas de laboratorio y una sesión de 50 minutos de resolución de problemas por semana. Para la sesión de resolución de problemas utilizan también los ejercicios de *Tutorials in Introductory Physics*<sup>3</sup>.

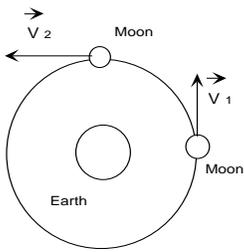
## **5. Entendimiento de vectores por parte de estudiantes en el contexto de aceleración.**

Un entendimiento conceptual de la Segunda Ley de Newton requiere de la habilidad para razonar acerca de la

diferencia de vectores, dado que la aceleración es definida en términos del límite de una diferencia vectorial. Para recolectar información acerca de esto, diseñamos algunas preguntas para conocer el entendimiento conceptual y la habilidad de razonamiento en la resta vectorial en este contexto.

### 5.1 La pregunta de la Luna.

En esta pregunta, los estudiantes deben obtener la dirección del cambio de velocidad de la Luna cuando cambia de una posición inicial a una final, como se muestra en la figura 3. Las opciones incluyen la opción correcta (opción e), la suma vectorial de dos vectores dados (opción b) y cero (opción c). También se pide al estudiante una justificación a su respuesta.



The drawing shows the positions of the moon at two times about seven days apart. Which choice best represent the change in the moon's velocity for the time interval?

a) 	b) 	c)  $\Delta \vec{v} = 0$
d) 	e) 	f) 

Figura 3. Pregunta para explorar el cambio de velocidad de un objeto.

Solo el 15% de los estudiantes de NMSU contestaron correctamente. Aproximadamente la mitad seleccionó la opción b como la respuesta correcta, los cuales efectuaron una suma vectorial y alrededor de la cuarta parte de los estudiantes respondió que el cambio de velocidad era cero, aludiendo a que la velocidad era constante.

En la Universidad de Syracuse, ante una instrucción modificada, alrededor de la mitad de 272 estudiantes escogieron la respuesta correcta. Casi 40% seleccionó la opción b, mostrando explícitamente que utilizaron adición vectorial y solo el 9% respondió que no había cambio de velocidad. Las figura 4 muestra un ejemplo de estas dificultades de procedimiento.

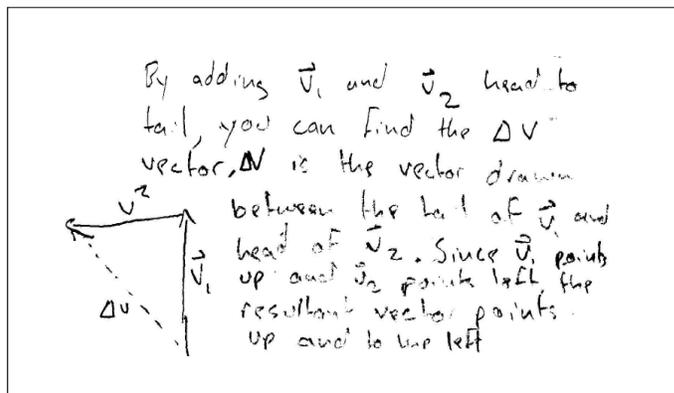


Figura 4. Ejemplo de un error con el cambio de velocidad entre dos posiciones.

## 5.2 Entrevista del movimiento de la Tierra.

Cuatro estudiantes de la Universidad del Estado de Nuevo México accedieron a participar en una entrevista

basada en la pregunta de la Luna. La instrucción de tres de ellos fué tradicional, mientras que la instrucción recibida por el cuarto estudiante fue modificada para obtener un entendimiento conceptual.

Como parte de esta entrevista, los estudiantes debían encontrar el cambio de

velocidad cuando la Luna pasa del punto A al punto B, como se muestra en la figura 5.

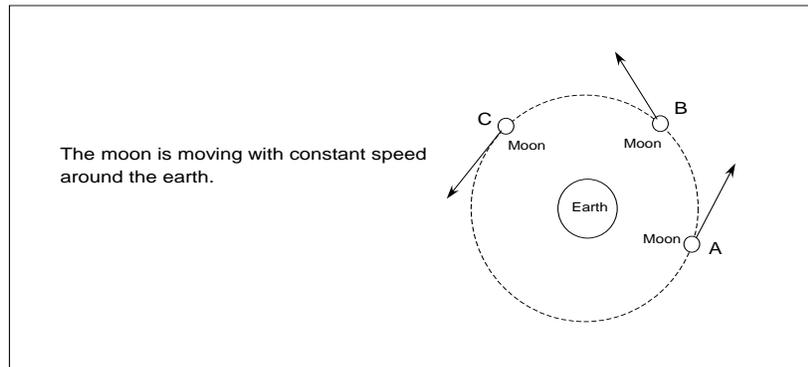


Figura 5. Situación física del movimiento de la Tierra.

Una de las estudiantes entrevistadas presentó una confusión referente al significado de velocidad constante. Ella se refirió al movimiento circular como una forma constante, concluyendo que, en consecuencia, la velocidad es constante: “La velocidad es constante porque la forma de la trayectoria en cada punto mostrado crea una trayectoria circular”.

Entre los estudiantes con instrucción de tipo tradicional, uno agregó

la velocidad inicial a la final en lugar de restarlas para encontrar el cambio de velocidad de la Luna del punto A al punto B y otro invocó la definición correcta de aceleración, aunque también presentó confusión en cuanto al significado del término “constante”. Por ejemplo, primero establece que “la aceleración es perpendicular a la trayectoria” y luego infiere que “no hay cambio de velocidad porque la aceleración es constante”.

La estudiante que recibió una instrucción modificada respondió que “el cambio de velocidad es igual a cero porque se esta moviendo con rapidez constante”. Además, confundió la suma vectorial con la resta vectorial para encontrar el cambio de velocidad. No obstante las modificaciones efectuadas para enfatizar el razonamiento vectorial, parece ser que las dificultades en el uso de vectores persisten.

### 5.3 Automóvil sobre una ladera.

Como parte de un examen, se pregunto a los estudiantes encontrar la dirección del vector aceleración de un automóvil que se mueve hacia abajo y disminuyendo su rapidez sobre una ladera. La pregunta se muestra en la figura 6. Esta pregunta puede ser respondida efectuando una sustracción vectorial gráficamente o razonando acerca de los componentes normal y tangencial de la aceleración.

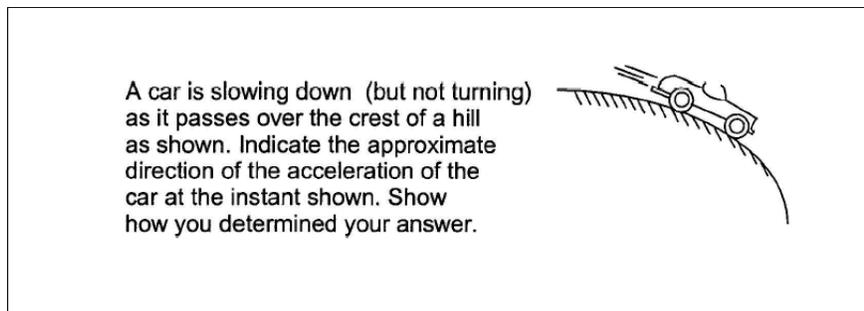


Figura 6. Situación física del movimiento de un auto en dos dimensiones.

Alrededor de la mitad de 248 estudiantes que recibieron instrucción modificada en la Universidad de Syracuse contestaron correctamente. La respuesta incorrecta mas común, proporcionada por un cuarto de los

estudiantes aproximadamente, fue que la aceleración era tangente a la curva y en dirección opuesta al movimiento. Aproximadamente un 6% respondió que la aceleración era perpendicular a la

trayectoria y alrededor del 5% que no había aceleración.

En la Universidad del Estado de Nuevo México, ante una instrucción modificada, alrededor del 75% de 75 estudiantes contestaron correctamente. Solo un 4 % contestó que la aceleración era constante a la ladera y en dirección opuesta a la velocidad.

Alrededor del 30% de los estudiantes de Syracuse que contestaron correctamente utilizaron un razonamiento sobre el ángulo entre la velocidad y la aceleración. Aproximadamente la mitad

basó su razonamiento en los componentes normal y tangencial de la aceleración, técnica que fue enfatizada durante este curso. Alrededor del 90% de los estudiantes de Nuevo México que contestaron correctamente restaron los vectores velocidad gráficamente. Solamente 5 estudiantes respondieron sobre la base de los componentes normal y tangencial. Inversamente, solo 4 estudiantes de Syracuse usaron la resta vectorial como argumento en sus respuestas. En la figura 7 se muestran ejemplos de estas respuestas.

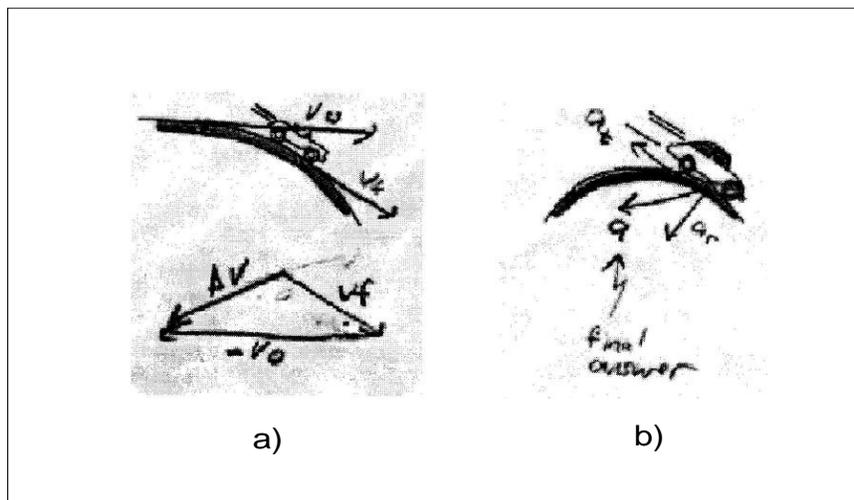


Figura 7. Respuestas incorrectas para la pregunta del auto perdiendo rapidez.

## 6. Conclusiones.

Después de recibir instrucción tanto tradicional como modificada, muchos estudiantes fueron incapaces de determinar la dirección de la diferencia entre dos vectores velocidad para así encontrar la dirección de la aceleración. Algunos estudiantes parecen poseer un mal entendimiento acerca del significado de 'constante'. Por ejemplo, muchos estudiantes no reconocieron que una velocidad constante requiere que ambas, la rapidez y la dirección, sean constantes. Otros estudiantes describieron el movimiento circular como constante porque la forma de la trayectoria era constante.

Aunque se presentó un mejor desempeño después de recibir una instrucción modificada, las respuestas revelan inhabilidad por parte de los estudiantes para sumar y restar vectores. Algunos de ellos continúan con la

dificultad para relacionar un cambio de velocidad con la aceleración. Sin embargo, la cantidad de estudiantes de Nuevo México que presentaron dificultades en el procedimiento fue pequeña, comparada con Syracuse. Las estrategias para resolver ciertas preguntas sobre cinemática parecen estar influenciadas por el tipo de instrucción recibida.

Con modificaciones en la instrucción que proveen un énfasis en operaciones vectoriales geométricas, muchos estudiantes reconocieron la necesidad de restar vectores. Sin embargo, la mayoría de ellos no pudieron encontrar la aceleración de los objetos moviéndose a lo largo de trayectorias curvas. No obstante que la mayoría de los estudiantes restaron las velocidades final e inicial, muchos de ellos tuvieron errores en el procedimiento que generaron respuestas incorrectas.

Para las preguntas presentadas en este artículo en un contexto físico, los

estudiantes continúan presentando los mismos errores que en las preguntas elaboradas sin un contexto físico. La introducción de un contexto crea oportunidades adicionales para errores e incluso introduce nuevos errores conceptuales, como lo mencionan en su estudio McDermott y Shaffer<sup>4</sup>.

Finalmente, como Flores<sup>5</sup> menciona, “La mayoría de los estudiantes tienen problemas de entendimiento con los conceptos fundamentales de física, principalmente con operaciones vectoriales. El desarrollo de los objetos matemáticos que representan conceptos físicos determinan una evolución cognitiva de las estructuras matemáticas en los

estudiantes durante el aprendizaje de los conceptos de física”.

### Referencias.

<sup>1</sup> D. Hestenes y M. Wells, “A Mechanics Baseline Test,” *Phys. Teach.* **30**, 159-166

<sup>2</sup> P. O’Brien Pride, “An investigation of student difficulties with two dimensions, two-body systems, and relativity in introductory mechanics,” Ph.D. dissertation, Departamento de Física, Universidad de Washington, 1997.

<sup>3</sup> C. McDermott, P. Shaffer y el Physics Education Group de la Universidad de Washington, *Tutorials in Introductory Physics* (Prentice-Hall, New Jersey, 2002).

<sup>4</sup> P. S. Shaffer y L. C. McDermott, “A research-based approach to improving student understanding of the vector nature of kinematical concepts,” *Am. J. Phys.* **73** (10), 921-931 (2005).

<sup>5</sup> S. Flores, “Student use of vectors in mechanics”, dissertation to get the Physics PhD degree, New Mexico State University, July 1007.