Coeficiente alfa de Cronbach para medir la fiabilidad de un cuestionario difuso

Juan de Dios Maese Núñez [1], Alejandro Alvarado Iniesta [1],
Delia J. Valles Rosales [2], Yolanda A. Báez López [3]

[1] Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
[2] Universidad Estatal de Nuevo México
[3] Universidad Autónoma de Baja California

Resumen

El presente trabajo consiste en determinar el coeficiente alfa de Cronbach para medir la fiabilidad de un cuestionario que emplea una escala difusa de medición de formato abierto. La versión difusa del cuestionario permite contrarrestar la limitante de lidiar con información imprecisa e incierta comúnmente encontrada en valoraciones perceptuales. Lo que permite a los respondientes expresar sus opiniones tomando rangos de acuerdo a un continuo lineal, y no a un valor único como lo hace escala de Likert. El desarrollo del coeficiente alfa de Cronbach se lleva acabo siguiendo las bases de la aritmética de números difusos. Un caso ilustrativo se presenta para demostrar la aplicabilidad del coeficiente en ambientes difusos.

Palabras Clave*:* Alfa de Cronbach, Instrumento de medición, Escala de Likert, Números difusos.

Introducción

El modelado de ecuaciones estructurales (MES) es una técnica amplia y recientemente empleada para la validación de relaciones causales (García-Alcaraz et al., 2015). MES es visto como una técnica para analizar variables latentes categóricas (Kline, 2011). Diversas de estas variables están basadas en percepciones humanas que son medidas a través de algún instrumento de medición. La escala de Likert es ampliamente utilizada en estos instrumentos para medir atributos o preferencias que son comúnmente asociadas con opiniones, percepciones, y/o valoraciones. (Likert, 1932). Una vez que se ha introducido un instrumento de medición es necesario evaluar su calidad en términos de validez de constructo mediante el análisis de su estructura interna por medio del concepto de fiabilidad (Belén, Guajardo, José, López, & González, 2015).

La evaluación de la fiabilidad está basada en el cálculo de coeficientes, como el coeficiente alfa de Cronbach (Ketkar, Kock, Parente, & Verville, 2012). La consistencia interna de un cuestionario considera que el valor mínimo satisfactorio para este coeficiente es de 0.7, este valor indica que el cuestionario presenta una fiabilidad aceptable (García-Alcaraz et al. 2015; Ketkar et al. 2012). Belén et al. (2015)

mencionan algunas de las desventajas de las escalas tradicionales (como la escala de Likert) tales como: existe la dificultad para una persona de simplificar su percepción a un valor único. Otra desventaja, la transición de una categoría (punto de la escala) a otra es abrupta en general y dos categorías diferentes pueden no ser percibidas de la misma manera por dos observadores. Finalmente, la mayoría de las herramientas estadísticas no pueden ser aplicadas directamente cuando la escala de Likert es empleada. Similarmente, el alfa de Cronbach subestima la verdadera fiabilidad del cuestionario cuando los ítems son medidos con una escala ordinal (Gugiu, Coryn, & Applegate, 2010). Además, el coeficiente de alfa de Cronbach solo es apropiado cuando las variables son continuas (Gugiu et al., 2010).

Debido a que en nuestro lenguaje abunda la información imprecisa y difusa por naturaleza, los conceptos difusos y el razonamiento difuso se observan comúnmente en las investigaciones de los diversos campos del conocimiento. Normalmente, entidades vagas tales como opiniones, percepciones, y/o valoraciones son muy difíciles de explicar en forma numérica o más bien para medir con cifras de cálculo precisas. La consideración de que MES es una técnica para el análisis de variables latentes categóricas está cambiando debido a los recientes intentos de expresar todos los modelos de variables latentes dentro de un marco matemático común (Kline, 2011). Por medio de la incorporación de los conceptos difusos se retiene el significado substancial de los constructos latentes subyacentes sin perder rigor analítico (Li, 2013)

En lugar de dar una puntuación sencilla en la manera de evaluación tradicional, la escala difusa de evaluación permite a los respondientes identificar el rango de posibles puntuaciones que reflejan el atributo donde las puntuaciones se escriben tan linealmente como sea posible. Por ejemplo, una serie de calificaciones como 6, 7 y 8 puede ser asignada en una escala difusa. La Tabla 1 ilustra un ejemplo de una escala difusa en un continuo de un ítem, que va desde 0 (definitivamente sin preferencia) a 10 (definitivamente preferente).

Tabla 1. Rango de posibles puntuaciones. Fuente: (Li, 2013).

Ítems	Puntos de la escala									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1						(X	X	X)		
2			(X	X	X)					
3	(X	X	X)							
4					(X	X	X)			
5								(X	X	X)

Aunque los conceptos difusos han encontrado gran éxito en diversas áreas del conocimiento, su impacto y uso en MES ha sido limitado (Li, 2013). Por lo tanto, en este trabajo se desarrolla la evaluación de la fiabilidad para cuestionarios que emplean una escala difusa mediante la adaptación del coeficiente alfa de Cronbach para información difusa.

Marco Teórico

2.1 Escala de Likert

Una escala típica usada para medir la información ordinal es la escala de Likert. La información ordinal es definida como información categórica con un orden lógico de las categorías. La escala de Likert es comúnmente usada como una escala psicométrica estándar para medir respuestas. Esta escala de medición tiene un procedimiento que facilita la construcción y administración de un cuestionario, así como la codificación y análisis de la información recabada (Li, 2013). Para una escala de cinco puntos, por ejemplo, cada punto de la escala podría ser etiquetado acorde a su nivel de preferencia: 1 = fuertemente en desacuerdo (FD), 2 = desacuerdo (D), 3 = ni acuerdo ni desacuerdo (NN), 4 = de acuerdo (A) y 5 = fuertemente de acuerdo (FA). Dependiendo de lo que se esté midiendo, las etiquetas de la escala pueden ser expresadas diferentemente (Li, 2013). Esta escala ha sido aplicada para medir constructos latentes que no son directamente observables (Li, 2013).

2.2 Coeficiente alfa de Cronbach

De acuerdo a Belén et al. (2015) y Gugiu et al. (2010), la fiabilidad se refiere a la medida en que un experimento, prueba o cualquier procedimiento de medición asegura replicar resultados bajo condiciones de prueba similares. La fiabilidad de las puntuaciones es el grado en que los datos de una muestra particular están libres de error de medición aleatorio. Kocak et al. (2014) y otros autores, confirman que el valor mínimo del coeficiente de fiabilidad debe ser 0.7, el valor más cercano a 1 es el índice de la mayor fiabilidad de la escala (Belén et al., 2015).

El tipo de coeficiente de fiabilidad mayormente reportado en la literatura es el coeficiente alfa también llamado alfa de Cronbach. Este parámetro estadístico mide la fiabilidad de consistencia interna, grado en que las respuestas son consistentes a través de los ítems dentro de una medición. Si la consistencia interna es baja, entonces el contenido de los ítems puede ser tan heterogéneo que la puntuación total no es la mejor unidad posible de análisis para la medición (Kline, 2011). Conforme la consistencia interna se acerca a cero, las puntuaciones cada vez más y más se vuelven números aleatorios y los números aleatorios no miden nada (Kline, 2011).

El coeficiente alfa de Cronbach es definido por Cronbach (1951) como sigue

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{j=1}^{k} {\sigma_j}^2}{{\sigma_T}^2}\right], \qquad (1)$$

donde k es la cantidad de ítems incluidos en la escala; ${\sigma_j}^2$ es la varianza del ítem j para $j = 1, \dots k$; y ${\sigma_T}^2$ representa la varianza de la suma total de todos los puntos (la varianza de toda la prueba).

2.3 Conjuntos difusos

Los conjuntos difusos propuestos por Zadeh (1965) son una generalización de la teoría de conjuntos clásicos. Donde por ejemplo, en la teoría de conjuntos clásicos si A es un conjunto, su función de pertenencia puede tomar solo dos valores {0,1}; con $f_{\mathrm{A}}(x) = 1$ si $x \in A$ y con $f_{\mathrm{A}}(x) = 0$ si $x \notin A$. No obstante, un conjunto difuso A es caracterizado por una función de pertenencia $f(x)$, la cual asocia $x \in A$ tomando un número real en el intervalo $[0,1]$, así el valor de $f(x)$ representa el "grado de pertenencia" de $x \in A$.

2.3.1 Números difusos

A menudo es conveniente trabajar con números triangulares difusos (TFNs, por sus siglas en inglés) porque son relativamente simples de ser calculados y útiles para la representación y procesamiento de información en un ambiente difuso (Kim & Chung, 2013).

La Figura 1 ilustra un número triangular difuso A y está definido por la ecuación (2) que es la función de pertenencia.

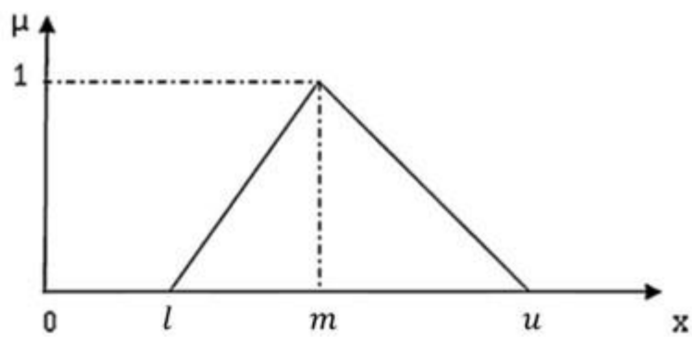

Figura 1. Número triangular difuso $A = (l, m, u)$.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} (x-l)/(m-l) \; para \; l \leq x \leq m \\ (u-x)/(u-m) \; para \; m \leq x \leq u \\ 0 \; de \; lo \; contrario \end{cases} \quad (1)$$

Los parámetros l y u respectivamente establecen los límites inferior y superior de un número difuso A. El parámetro m es el que determina el centro de un número difuso A. El parámetro m es una función de pertenencia donde $\mu_A(x) = 1$. Como resultado, el número difuso definido mediante una tripleta $A = (l, m, u)$ indica un valor difuso "aproximadamente m".

2.3.2 Aritmética básica de números triangulares difusos

Kim & Chung (2013) introducen las bases de álgebra triangular difusa. Definidos dos números triangulares difusos $A_1 = (l_1, m_1, u_1)$, $A_2 = (l_2, m_2, u_2)$ y un número escalar k. Las operaciones básicas de números difusos se definen a continuación

Adición

$$A_1 + A_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2). \quad (2)$$

Sustracción

$$A_1 - A_2 = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2). \quad (3)$$

Media aritmética (Akdag, Kalayci, Karagöz, Zülfikar, & Giz, 2014)

$$A_{ave} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i\right). \quad (4)$$

Producto escalar

$$A_1 \times k = (l_1 \times k, m_1 \times k, u_1 \times k)\ para\ k \geq 0.$$
$$A_1 \times k = (u_1 \times k, m_1 \times k, l_1 \times k)\ para\ k < 0.$$

División

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{u_2}, \frac{m_1}{m_2}, \frac{u_1}{l_2}\right). \quad (6)$$

Distancia (Chen et al., 2008)

$$D(A_1, A_2) = \sqrt{\frac{1}{6}\left[(l_1 - l_2)^2 + 4\left((m_1 - m_2)\right)^2 + (u_1 - u_2)\right.}$$

(7)

(5)

Metodología

3.1 Escala de Likert difusa (cuestionario de satisfacción difuso)

Como se muestra en la Tabla 2, la escala de Likert difusa toma un formato que requiere a los respondientes tomar rangos de acuerdo a un continuo linear de la escala difusa, en relación a lo que menciona Kocak et al. (2014) la respuesta del ítem será un numero de intervalo tal como un TFN (l, m, u). Como resultado de esto, un rango amplio de información con varios valores de fiabilidad podrán ser adquiridos por medio de una sola aplicación (Kocak et al., 2014).

Tabla 2. Cuestionario de satisfacción difuso.

Ítems	Puntos de la escala																			
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
1											(X	X	X	X	X	X)					
2			(X	X	X	X)															
3														(X | X)						
4											(X)										
5			(X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X)				

Un cuestionario de satisfacción difuso es definido como un cuestionario en donde las puntuaciones dadas por los participantes para cada pregunta son números difusos (Kocak et al., 2014). En la pregunta se debe supervisar que se soliciten los puntos mínimo y máximo de acuerdo a la persona participante al atributo evaluado, y responda la pregunta con un número de intervalo tal como (l, u). Es obvio que la opinión actual del respondiente a esta pregunta es un punto dentro de ese número de intervalo.

Las puntuaciones de satisfacción obtenidas como un número de intervalo (l, u) de los cuestionarios, son transformados en números triangulares difusos; de acuerdo a Kocak et al. (2014), la puntuación dada por ese individuo será un número triangular difuso por medio del siguiente cálculo

$$A = \left(l, \frac{(l+u)}{2}, u\right) = (l, m, u). \quad (8)$$

Un conjunto de funciones de pertenencia triangulares isósceles distribuidas a lo largo del continuo de entrada, como se ilustra en la Figura 2, son adoptados en este procedimiento de fuzificación (Li, 2013).

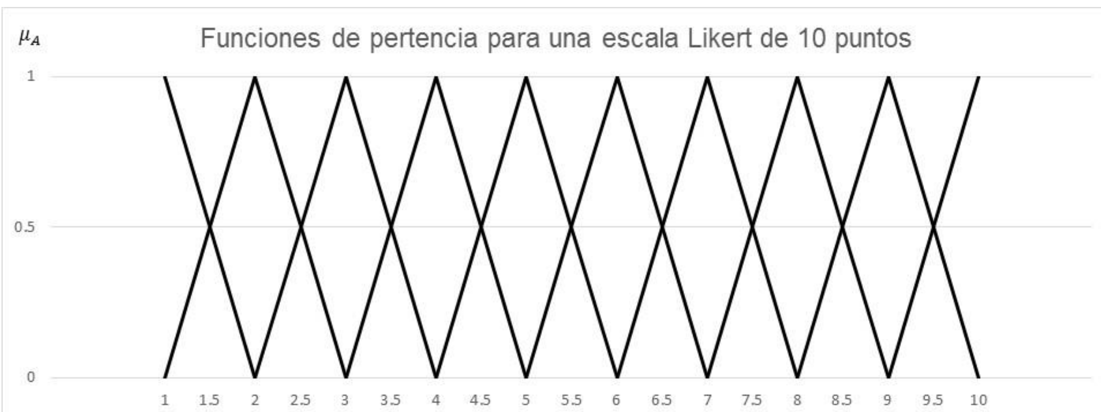

Figura 2. Funciones de pertenencia triangulares.

Al final de la recolección de información se analizan estos valores difusos utilizando las bases del algebra de números triangulares difusos.

3.2 Alfa de Cronbach para información difusa

El coeficiente de fiabilidad alfa de Cronbach para información difusa es indicado como

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{j=1}^{k} F\sigma_j{}^2}{F\sigma_T{}^2}\right], \quad (9)$$

donde k es la cantidad de ítems del cuestionario, luego $F\sigma_j{}^2$ es la varianza difusa correspondiente al ítem j y $F\sigma_T{}^2$ es la desviación estándar difusa total de todos los ítems.

Este alfa de Cronbach está en función de dos números triangulares difusos dados $A_1 = (l_1, m_1, u_1)$ y $A_2 = (l_2, m_2, u_2)$, que emplean las operaciones aritméticas difusas (2), (3), (4), (5), (6) y (7).

3.2.1 Definición 1: $\left(\boldsymbol{F\sigma_j}^{\mathbf{2}}\right)$

Dada la varianza difusa $\left(F\sigma_j{}^2\right)$ correspondiente al ítem j se define entonces como

$$F\sigma_j{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(x_i{}^j, \bar{x}^j\right)^2}{n-1}, \qquad (10)$$

donde n es la cantidad de observaciones, y

$$x_i{}^j = \left(l_i{}^j, m_i{}^j, u_i{}^j\right), \qquad (11)$$

$$\bar{x}^j = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(l_i{}^j\right), \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(m_i{}^j\right), \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(u_i{}^j\right)\right),$$

donde $x_i{}^j$ corresponda a la valoración i, $i = 1, \dots, n$ con respecto al ítem j , $j = 1, \dots, k$, y $\bar{x}^j$ es la media de las observaciones correspondientes al ítem j, y ambas son un numero difuso, respectivamente A continuación, se define de la ecuación (10) como

$$F\sigma_j{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} D(x_i{}^j, \bar{x}^j)^2}{n-1} = \qquad (12)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{1}{6}\left[\left(\left(l_i{}^j, -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i{}^j,\right)^2, 4\left(m_i{}^j - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i{}^j\right)^2, \left(u_i{}^j -\right.\right.\right.\right.\right.}{n-1}$$

Ahora, como complemento se define

$$\sum_{j=1}^{k} F\sigma_j{}^2 = F\sigma_1{}^2 + \cdots + F\sigma_k{}^2$$

$$= \left(\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(x_i{}^j, \bar{x}^j\right)^2}{n-1}\right)\right)$$

$$\sum_{j=1}^{k} F\sigma_j{}^2 = \qquad (13)$$

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{1}{6}\left[\left(\left(l_i{}^j, -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i{}^j,\right)^2, 4\left(m_i{}^j - \right.\right.\right.\right.\right.}{n - }\right.$$

3.2.2 Definición 2: $\left(\boldsymbol{F\sigma_T}^{\mathbf{2}}\right)$

Dada la varianza difusa total $(F\sigma_T)$,

$$F\sigma_T{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(\left(\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i\right), \bar{x}_T\right)^2}{n-1}, \qquad (14)$$

donde n es la cantidad de observaciones y k el número de ítems, y

$$\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i = \left(\sum_{j=1}^{k} l_j{}^i, \sum_{j=1}^{k} m_j{}^i, \sum_{j=1}^{k} u_j{}^i\right),$$

$$\bar{x}_T = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{k} l_j{}^i\right), \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{k} m_j{}^i\right), \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{k} u_j{}^i\right)\right),$$

son dos números difusos, respectivamente, donde $\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i$ corresponde a la sumatoria de los ítems $j = 1, \dots, k$ y $\bar{x}_T$ es la media de todos los datos con respecto al número de ítems y observaciones.

A continuación, se procede a definir similarmente a la sub-sección anterior como

$$F\sigma_T{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(D\left(\left(\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i\right), \bar{x}_T\right)^2\right)}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{6}\left[\left(\left(\sum_{j=1}^{k} l_j{}^i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{k} l_j{}^i\right)\right)^2, 4\left(\sum_{j=1}^{k} m_j\right.\right.\right.\right.}{} \quad (16)$$

3.2.3 Definición 3: Alfa de Cronbach

Dado el coeficiente α en la ecuación (9), enseguida el cociente de $\sum_{j=1}^{k} F\sigma_j{}^2$ dividido por $F\sigma_T{}^2$ encontradas en la ecuación (13) y (16), es indicada como

$$\frac{\sum_{j=1}^{k} F\sigma_j{}^2}{F\sigma_T{}^2} = \frac{\left(\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(x_i{}^j, \bar{x}^j\right)^2}{n-1}\right)\right)}{\frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(\left(\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i\right), \bar{x}_T\right)^2}{n-1}}. \quad (17)$$

Por lo tanto, el alfa de Cronbach para información difusa es definido como

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(x_i{}^j, \bar{x}^j\right)^2}{n-1}\right)\right)}{\frac{\sum_{i=1}^{n} D\left(\left(\sum_{j=1}^{k} x_j{}^i\right), \bar{x}_T\right)^2}{n-1}}\right]. \quad (18)$$

donde $x_i{}^j = \left(l_i{}^j, m_i{}^j, u_i{}^j\right)$ representa la evaluación i con respecto al ítem j, y esta es dada como un número difuso de formato abierto.

Caso Ilustrativo

El caso de estudio es tomado de Kocak et al. (2014), el cual se enfoca en determinar el nivel de fiabilidad de un cuestionario de satisfacción de una clase de 45 estudiantes donde 9 ítems fueron considerados. Por mencionar, las habilidades de instrucción de los miembros de la facultad, la relación con los estudiantes, las instalaciones del departamento de computación, instalaciones del laboratorio, contenido de los cursos, instalaciones de la biblioteca, actividades científicas, actividades sociales y actividades deportivas. La Tabla 3 muestra las puntuaciones de satisfacción dadas durante el cuestionario como valores difusos.

Tabla 3. Evaluaciones TFN. Fuente: (Kocak et al., 2014).

	Ítems																										
Respondientes	1			2			3			4			5			6			7			8			9		
1	90	95	100	100	100	100	80	85	90	70	80	90	70	80	90	50	60	70	80	90	100	90	95	100	80	85	90
2	60	75	90	80	85	90	50	55	60	40	45	50	40	60	80	40	60	80	20	45	70	40	55	70	0	10	20
3	40	50	60	40	67.5	95	0	10	20	0	0	0	20	55	90	30	45	60	30	50	70	0	10	20	0	10	20
4	30	35	40	70	75	80	40	50	60	0	0	0	30	40	50	50	60	70	40	45	50	60	65	70	70	75	80
5	20	30	40	30	40	50	10	25	40	0	0	0	10	20	30	10	20	30	20	30	40	40	60	80	50	70	90
6	0	50	100	40	55	70	0	20	40	0	20	40	20	40	60	30	40	50	30	45	60	0	0	0	10	30	50
7	20	50	80	30	55	80	0	10	20	0	5	10	10	50	90	50	70	90	10	27.5	45	10	10	10	15	20	25
8	10	50	90	0	25	50	0	10	20	0	0	0	50	70	90	0	25	50	0	20	40	0	20	40	20	45	70
9	60	75	90	90	91.5	93	0	5	10	0	5	10	70	75	80	50	52.5	55	50	52.5	55	30	35	40	80	85	90
10	40	60	80	60	70	80	10	27.5	45	0	0	0	30	60	90	50	60	70	25	37.5	50	50	60	70	50	55	60
11	30	55	80	40	60	80	20	25	30	10	20	30	30	45	60	40	55	70	50	65	80	10	25	40	10	15	20
12	30	55	80	10	35	60	0	10	20	0	10	20	20	30	40	70	75	80	50	65	80	10	20	30	40	55	70
13	40	60	80	40	60	80	20	35	50	0	0	0	50	70	90	50	70	90	30	50	70	20	40	60	30	55	70
14	30	50	70	40	57.5	75	0	0	0	0	0	0	20	35	50	30	35	40	10	15	20	0	5	10	30	35	40
15	20	50	80	30	50	70	10	30	50	10	12.5	15	30	45	90	20	25	30	50	60	70	30	45	60	40	55	70
16	30	40	50	40	65	90	20	35	50	0	5	10	0	25	50	20	45	70	30	55	80	40	60	80	50	75	100
17	20	50	80	5	52.5	100	0	5	10	0	5	10	15	50	85	5	35	65	5	30	55	10	45	80	5	40	75
18	20	60	100	80	90	100	0	5	10	0	0	0	20	50	80	20	35	50	10	20	30	0	0	0	70	85	100
19	20	45	70	0	40	80	0	5	10	0	5	10	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10	15	20
20	30	60	90	10	47.5	85	40	55	70	0	5	10	20	50	80	40	57.5	75	20	40	60	40	57.5	75	10	30	50
21	40	65	90	60	75	90	20	40	60	0	10	20	30	65	100	50	60	70	60	75	90	50	70	90	70	80	90
22	30	55	80	50	75	100	0	25	50	0	5	10	20	40	60	50	60	70	60	75	90	0	5	10	50	75	100
23	60	75	90	30	45	60	20	32.5	45	0	2.5	5	65	77.5	90	30	42.5	55	10	20	30	5	22.5	40	20	30	40
24	40	67.5	95	35	47.5	90	10	25	40	10	15	20	40	57.5	75	20	35	50	30	45	60	40	50	60	40	55	70
25	30	45	60	50	65	80	30	40	50	20	35	50	50	65	80	50	60	70	20	35	50	20	25	30	30	40	50
26	40	60	80	70	85	100	50	55	60	10	20	30	10	40	70	50	70	90	40	50	60	60	67.5	75	70	77.5	85
27	40	60	80	60	75	90	20	30	40	0	0	0	60	67.5	75	50	67.5	85	55	62.5	70	10	20	30	30	40	50
28	20	35	50	60	75	90	90	95	100	0	0	0	50	60	70	50	55	60	40	50	60	10	20	30	10	20	30
29	10	50	90	10	37.5	65	0	7.5	15	0	0	0	10	50	90	10	25	40	30	60	90	20	55	90	20	55	90
30	15	30	45	55	62.5	70	0	2.5	5	0	2.5	5	70	80	90	20	30	40	45	55	65	70	80	90	45	55	65
31	40	55	70	30	55	80	0	10	20	0	0	0	60	75	90	30	40	50	40	50	60	50	55	60	30	50	70
32	22	52.5	80	40	65	90	10	20	30	0	5	10	40	60	80	0	15	30	20	35	50	30	40	50	50	60	70
33	85	87.5	90	10	20	30	5	10	15	0	0	0	75	77.5	80	90	95	100	85	90	95	55	65	75	50	60	70
34	53	66.5	80	85	90	95	20	50	80	30	52.5	75	70	80	90	50	62.5	75	80	82.5	85	40	60	80	20	25	30
35	80	85	90	75	80	85	0	15	3	0	1.5	3	80	82.5	85	70	71.5	73	50	52.5	55	0	0	0	0	0	0
36	70	85	90	20	55	90	30	55	80	0	5	10	90	95	100	70	85	100	10	30	50	10	35	60	10	30	50
37	20	55	90	10	45	80	30	40	50	0	0	0	10	40	70	50	70	90	30	55	80	0	25	50	20	35	50
38	25	55	85	50	65	80	60	70	80	10	10	10	50	65	80	80	90	100	55	62.5	70	70	70	70	50	55	60
39	50	65	80	60	75	90	40	50	60	0	0	0	40	55	70	60	75	90	50	60	70	30	45	60	50	65	80
40	70	75	80	60	72.5	85	50	55	60	10	15	20	80	85	90	60	65	70	80	85	90	50	60	70	50	55	60
41	25	50	75	83	90	97	10	12.5	15	5	25	45	35	55	75	25	35	45	35	45	55	25	30	35	15	25	35
42	50	65	80	60	75	90	30	40	50	10	10	10	50	62.5	75	60	75	90	60	67.5	75	30	45	60	30	45	60
43	10	20	30	0	15	30	10	15	20	0	10	20	20	30	40	30	40	50	30	50	70	40	50	60	10	25	40
44	30	55	80	50	65	80	10	25	40	0	0	0	20	40	60	40	60	80	20	37.5	55	10	25	40	10	27.5	45
45	20	40	60	40	60	80	30	50	70	0	0	0	10	40	70	40	65	90	20	40	60	0	5	10	0	5	10

Siguiendo los pasos descritos en la sección anterior, podemos estimar entonces el valor del coeficiente alfa de Cronbach. Primero, estimamos la media de las observaciones del ítem j. Por ejemplo la media del ítem 1 con respecto a las 45 observaciones es igual a

$$\bar{x}^1 = \left(\frac{1}{45}\sum_{i=1}^{45}(l_i{}^1), \frac{1}{45}\sum_{i=1}^{45}(m_i{}^1), \frac{1}{45}\sum_{i=1}^{45}(u_i{}^1)\right) = (35.8889, 56.6444, 77.1111).$$

Así entonces podemos estimar la varianza del ítem 1 mediante la ecuación (12)

$$F\sigma_1{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{45} D(x_i{}^1, \bar{x}^1)^2}{45-1} = 282.8566.$$

Siguiendo los mismos pasos, encontramos entonces la sumatoria de todas las varianzas individuales mediante la ecuación (13)

$$\sum_{j=1}^{9} F{\sigma_j}^2 = F{\sigma_1}^2 + \cdots + F{\sigma_9}^2$$
$$= \left(\sum_{j=1}^{9} \left(\frac{\sum_{i=1}^{45} D\left({x_i}^j, \bar{x}^j\right)^2}{45-1} \right) \right)$$
$$= 3828.3702.$$

Ahora, estimamos la varianza total, $F{\sigma_T}^2$, mediante la ecuación (16)

$$F{\sigma_T}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{45} \left(D\left(\left(\sum_{j=1}^{9} {x_j}^i \right), \bar{x}_T \right)^2 \right)}{45-1}$$
$$= 12148.0519.$$

Finalmente, podemos obtener el valor del coeficiente alfa de Cronbach por la ecuación (18)

$$\alpha = \frac{9}{9-1} \left[1 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{9} \left(\frac{\sum_{i=1}^{45} D\left(x_i^j, \bar{x}^j\right)^2}{45-1} \right) \right)}{\frac{\sum_{i=1}^{45} D\left(\left(\sum_{j=1}^{9} {x_j}^i \right), \bar{x}_T \right)^2}{45-1}} \right]$$
$$= 0.7705.$$

El valor del coeficiente alfa de Cronbach para información difusa que ha sido encontrado es de 0.7705. Lo que representa un nivel de fiabilidad aceptable para el cuestionario de satisfacción.

Conclusiones y Recomendaciones

En este estudio se abordó el desarrollo del coeficiente alfa de Cronbach para medir la fiabilidad de un cuestionario que involucra información difusa. La versión difusa del cuestionario de formato abierto permitió contrarrestar la limitante de lidiar con información imprecisa e incierta comúnmente encontrada en este tipo valoraciones perceptuales. Lo que permite a los respondientes expresar sus opiniones (evaluaciones) tomando rangos de acuerdo a un continuo lineal en la escala difusa, y no a un valor único. El desarrollo de coeficiente de alfa de Cronbach, para lidiar con información difusa, se realizó en base a la algebra de los números triangulares difusos.

Aunque los resultados parecen prometedores, un análisis más profundo deberá realizarse para determinar si la distancia entre dos números difusos es un buen indicador para poder estimar la varianza. Así mismo, dicho análisis deberá extenderse a todo tipo de números difusos y no solo a los triangulares.

Referencias

Akdag, H., Kalayci, T., Karagöz, S., Zülfikar, H., & Giz, D. (2014). The evaluation of hospital service quality by fuzzy MCDM. *Applied Soft Computing Journal*, *23*, 239–248. http://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.06.033

Belén, A., Guajardo, R., José, M., López, G., & González, I. (2015). Analysis of the reliability of the fuzzy scale for assessing the students ’ learning styles in Mathematics. *9th Conference* *of the European Society for Fuzzy Logic and Technology*, 727–733.

Chen, T., Ku, T., Chen, T. Y., Method, I., Measures, N. F., & Tfns, D. (2008). Importance-Assessing Method with Fuzzy Number-Valued Fuzzy Measures and Discussions on TFNs And TrFNs. *International Journal of Fuzzy Systems*, *10*(2), 92–103.

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, *16*(3), 297–334. http://doi.org/10.1007/BF02310555

García-Alcaraz, J. L., Alvarado-Iniesta, A., Blanco-Fernández, J., Maldonado-Macías, A. A., Jiménez-Macías, E., & Saenz-Díez Muro, J. C. (2015). The Impact of Demand and Supplier on Wine's Supply Chain Performance. *Journal of Food Process Engineering*. http://doi.org/10.1111/jfpe.12257

Gugiu, C., Coryn, C. L. S., & Applegate, B. (2010). Structure and measurement properties of the Patient Assessment of Chronic Illness Care instrument. *Journal of Evaluation in Clinical Practice*, *16*(3), 509–516. http://doi.org/10.1111/j.1365-2753.2009.01151.x

Ketkar, S., Kock, N., Parente, R., & Verville, J. (2012). The impact of individualism on buyer-supplier relationship norms, trust and market performance: An analysis of data from Brazil and the U.S.A. *International Business Review*, *21*(5), 782–793. http://doi.org/10.1016/j.ibusrev.2011.09.003

Kim, Y., & Chung, E.-S. (2013). Fuzzy VIKOR approach for assessing the vulnerability of the water supply to climate change and variability in South Korea. *Applied Mathematical Modelling*, *37*(22), 9419–9430. http://doi.org/10.1016/j.apm.2013.04.040

Kline, R. B. (2011). *Principles and Practice of Structural Equation Modeling*. *Analysis* (Third Edit, Vol. 77). New York: The Guilford Press. http://doi.org/10.1038/156278a0

Kocak, C., Egrioglu, E., Yolcu, U., & Aladag, C. H. (2014). Computing Cronbach Alpha Reliability Coefficient for Fuzzy Survey Data. *American Journal of Intelligent Systems*, *4*(5), 204–213. http://doi.org/10.5923/j.ajis.20140405.03

Li, Q. (2013). A novel Likert scale based on fuzzy sets theory. *Expert Systems With Applications*, *40*(5), 1609–1618. http://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.09.015

Likert, R. (1932). A technique for the measurement of attittudes. *Archives of Psychology*, *22*(140), 1–55. http://doi.org/2731047

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, *8*(3), 338–353. http://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X